

Eigene Unterlagen dürfen verwendet werden. Bei Berechnungen mit den Funktionen des CASIO FX-880P oder mit Tabellen geben Sie bitte die Nummer der Funktion / der Tabelle und die eingegebenen Daten in der Schreibweise des CASIO / der Tabelle an.

2. In einer Lieferung von 10000 Schrauben seien enthalten:

- 57 Schrauben mit Gewindefehlern
- 152 Schrauben mit zu niedriger Festigkeit
- 85 Schrauben mit Oberflächenfehlern.

Mit je 4 dieser Schrauben sollen Baugruppen montiert werden.

a Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für jede einzelne Schraube, dass sie wegen eines Gewindefehlers nicht montiert werden kann?

b Zur Prüfung der Oberfläche werden nacheinander 100 Schrauben zufällig aus der Lieferung entnommen, einer Sichtprobe unterzogen, sofort zurückgeworfen und untergemischt.

Wenn dabei 3 oder mehr Schrauben mit fehlerhafter Oberfläche entdeckt werden, wird die Lieferung zurückgewiesen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p für die Zurückweisung?

c Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den 4 Schrauben einer Baugruppe mindestens eine Schraube mit zu geringer Festigkeit befindet?

d Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den 4 Schrauben einer Baugruppe genau eine Schraube mit zu geringer Festigkeit befindet?

2. Eine Fabrik stellt blaue und rote Knöpfe her. Die Maschine a produziert zu 70% blaue und zu 30% rote Knöpfe, die Maschine b produziert zu 40% blaue und zu 60% rote Knöpfe. Die Maschine a, die 65% der Gesamtproduktion ausstößt, liefert zu 90% gute Ware. Die Maschine b liefert zu 85% gute Ware. Ein Besucher der Fabrik entnimmt der Tagesproduktion zufällig einen Knopf [Altendorfer].

a Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählt der Besucher einen Knopf aus, der von Maschine b produziert, rot und von guter Qualität ist?

b Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein blauer Knopf entnommen wird?

c Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein gewählter Knopf von Maschine a produziert wurde, wenn er blau und von guter Qualität ist?

3 Aus einem Los geschmiedeter Pleuelstangen wird eine zufällige Stichprobe vom Umfang $n = 50$ entnommen.

Die Messergebnisse für die Dicke $15,1 \pm 0,1$ mm liegen sortiert vor:

14,99	15,06	15,09	15,12	15,15
15,03	15,07	15,10	15,12	15,15
15,03	15,07	15,10	15,13	15,15
15,04	15,08	15,10	15,13	15,15
15,05	15,08	15,11	15,13	15,16
15,05	15,08	15,11	15,13	15,16
15,06	15,08	15,11	15,13	15,17
15,06	15,09	15,11	15,14	15,18
15,06	15,09	15,11	15,14	15,18
15,06	15,09	15,12	15,15	15,20

Ermitteln Sie grafisch

a den Mittelwert \bar{x} ,

b die Standardabweichung s und

c den voraussichtlichen Ausschussanteil P .

4 Eine seit langem laufende Fertigung von Motorventilen muss wegen der gestiegenen Kundenanforderungen optimiert werden. Deshalb soll der Fertigungsprozess mit Hilfe von x -, \bar{x} - und s -Regelkarten hinsichtlich der Härte des Ventilsitzes überwacht werden.

Die Toleranz der Härte beträgt 590 ± 30 HV. Bisher war die Härte des Ventilsitzes mit $\mu = 580$ HV und $\sigma = 15$ HV normalverteilt.

a Welcher Anteil $P(x < G_u)$ der Ventile unterschreitet die untere Toleranzgrenze?

b Innerhalb welcher Grenzen liegen 95% bzw. 99% aller Einzelmessergebnisse x ?

c Innerhalb welcher Grenzen liegen 95% bzw. 99% aller Mittelwerte \bar{x} der Stichproben vom Umfang $n = 25$?

d Innerhalb welcher Grenzen liegen 95% bzw. 99% aller Standardabweichungen s der Stichproben vom Umfang $n = 25$?

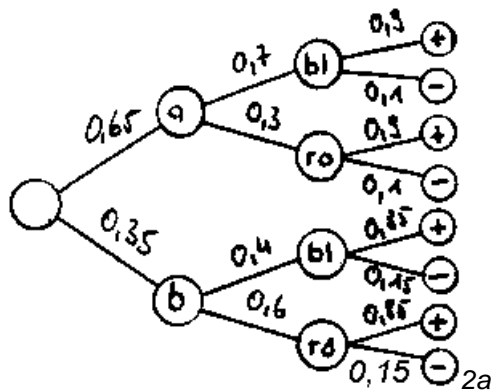
Lösungen

- 1a $P = 57/10000 = 0,0057 = 0,57\%$
 1b Binomialverteilung 6310 LIB
 $n = 100$ (Stichprobenumfang)
 $P = 85/10000 =$ (Fehlerwahrscheinlichkeit in der Grundgesamtheit)
 $x = 3$ (gesuchter Fehleranteil)
 $p = 0,054119 = 5,4\%$

- 1c Hypergeometrische Verteilung 6330 LIB
 $N = 10000$ (Umfang der Grundgesamtheit)
 $M = 152$ (Fehler in der Grundgesamtheit)
 $n = 4$ (Stichprobenumfang)
 $x = 1$ (gesuchter Fehleranteil)
 $p(x \geq 1) = 0,059437 = 5,9\%$

- 1d Hypergeometrische Verteilung 6330 LIB
 $N = 10000$ (Umfang der Grundgesamtheit)
 $M = 152$ (Fehler in der Grundgesamtheit)
 $n = 4$ (Stichprobenumfang)
 $x = 2$ (gesuchter Fehleranteil)
 $p(x=1) = p(x \geq 1) - p(x \geq 2) = 0,059437 - 0,0013505 = 0,0580865 = 5,8\%$

2



$P(b, \text{blau, gut}) = 0,35 \cdot 0,6 \cdot 0,85 = 17,85\%$
 $P(\text{blau}) = 0,65 \cdot 0,7 + 0,35 \cdot 0,4 = 59,5\%$

2c
$$P(a \text{ wenn blau, gut}) \dagger \frac{P(a, \text{blau, gut})}{P(\text{blau, gut})}$$

$$P \dagger \frac{0,65 \cdot 0,7 \cdot 0,9}{0,65 \cdot 0,7 \cdot 0,9 + 0,35 \cdot 0,4 \cdot 0,85} \dagger 77,5\%$$

Wie müssen die Parameter des Prozesses verändert werden, wenn der Kunde verlangt, dass 6σ eingehalten werden?

- 3 $SP = 0,21 \text{ mm}; k = 8, w = 0,03; \bar{x} = 15,11;$
 $15,095 \text{ mm}$ errechnet, grafisch, $s = 0,44 \text{ mm};$
 $P = P(<G_u) + P(>G_u) = 0,7\% + 2\% = 2,7\%$

- 4a $u = (G_u - \bar{x})/s = (560 - 580)/15 = -1,333$
 6210 LIB: $x = -1,333$ (u) $\Rightarrow p = 90,879\%$
 $(P(x > G_u))$
 $P(x < G_u) = 1 - P(x > G_u) = 1 - 90,879\% = 9,121\%$
 Lösung auch grafisch möglich

- 4b 6410 LIB: $p = 0,025$ ($\alpha/2$) $\Rightarrow x = 1,96$ (u)

 $u(\alpha/2) = 1,96 \Rightarrow 550,6 \text{ HV} \leq x \leq 609,4 \text{ HV}$
 $u(\alpha/2) = 2,5758 \Rightarrow 541,4 \text{ HV} \leq x \leq 618,6 \text{ HV}$
 Lösung auch grafisch möglich

- 4c 6410 LIB: $p = 0,025$ ($\alpha/2$) $\Rightarrow x = 1,96$ (u)
 $u(\alpha/2) = 1,96 \Rightarrow 574,1 \text{ HV} \leq \bar{x} \leq 585,9 \text{ HV}$
 $u(\alpha/2) = 2,5758 \Rightarrow 572,3 \leq \bar{x} \leq 587,7 \text{ HV}$
 oder
 6610 LIB: $p = 0,025$ ($\alpha/2$) $\Rightarrow x = 1,96$ (u)
 $n = 25$ (Stichprobenumfang); $\bar{x} = 580$ (Mittelwert μ); $\sigma = 15$ (Standardabweichung); $1 - \alpha = 95$ bzw. $99\% \Rightarrow$ s.o.

- 4d
$$\sqrt{\frac{\chi^2_{f; \alpha/2}}{f}} \uparrow \Delta \uparrow s \downarrow \sqrt{\frac{\chi^2_{f; 1-\alpha/2}}{f}} \uparrow \Delta$$

 6420 LIB: $v = 24$ ($f = n - 1$); $p = 0,025$ ($\alpha/2$) $\Rightarrow \chi^2 = 39,364$
 $\chi^2(0,025) = 39,364; \chi^2(0,975) = 12,401 \Rightarrow 10,78 \text{ HV} \leq s \leq 19,21 \text{ HV}$
 $\chi^2(0,005) = 45,559; \chi^2(0,995) = 9,8862 \Rightarrow 9,63 \text{ HV} \leq s \leq 20,67 \text{ HV}$

- 4e Der Mittelwert des Prozesses muss auf 590HV verschoben und die Standardabweichung muss auf $\sigma = 10 \text{ HV}$ verbessert werden.