Aufgaben

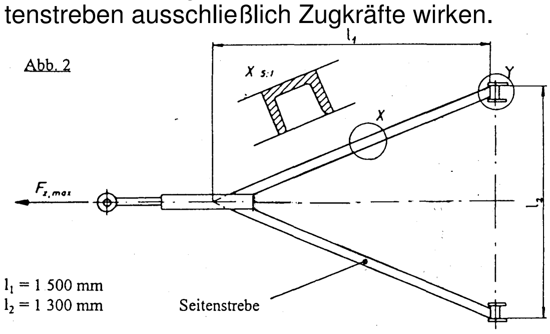
1 Zugfestigkeit

1.1 Das Halteseil ist aus 1,2 mm dicken Stahldrähten mit R_m = 1600 N/mm² hergestellt und mit F_S = 100 kN belastet. Berechnen Sie die Anzahl der Einzeldrähte, wenn 4fache Sicherheit gegen Bruch gefordert ist.

1.2 Das Seil soll eine Kraft von 250 N übertragen können. Es besteht aus 37 Einzeldrähten von jeweils 0,28 mm Durchmesser. Welche Mindestzugfestigkeit muss der Seilwerkstoff bei 12 – facher Sicherheit gegen Bruch haben?

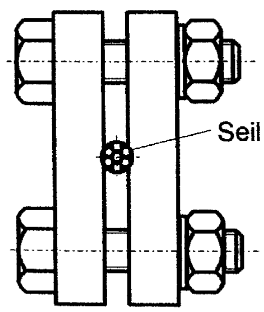
1.3 Die Kettenzugkraft beträgt F_K = 130 kN. Welche Sicherheit gegen plastische Verformung ist in der Kette aus Rundstahl ∅16 vorhanden? Werkstoff: C60E.

1.4 Die Seitenstreben der Zuggabel sind aus U-Profil DIN 1026 - S235JR. Es kann eine maximale Zugkraft von F_{Zmax} = 38 kN auftreten.
Bestimmen Sie den erforderlichen Profilquerschnitt für die Seitenstrebe bei 9-facher Sicherheit gegen plastische Verformung unter der Annahme, dass in den Seitenstreben ausschließlich Zugkräfte wirken.



1.5 Das freie Ende des Zugseils wird mit einer Seilklemme am I- Träger befestigt. Daten:

Seilklemme



Max. Seilkraft: F_{Smax} = 18 kN
Reibungskoeffizient: μ = 0,2
Sicherheit gegen Verformung der Schrauben: ν_1 = 4
Sicherheit gegen Herausrutschen: ν_2 = 5
Anzahl der Schrauben: 6
Schraubenfestigkeitsklasse: 8.8

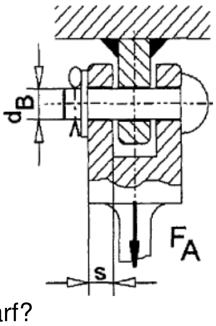
Berechnen Sie das erforderliche metrische ISO- Regelgewinde.

2 a) Scherfestigkeit und b) Flächenpressung

2.1 Der Hydraulikzylinder am Personenkorb wirkt mit einer Kraft F_A = 20 kN auf das Lager A.

a) Bestimmen Sie den Bolzendurchmesser d_B bei 8-facher Sicherheit gegen Bruch, wenn der Bolzenwerkstoff aus E295 besteht.

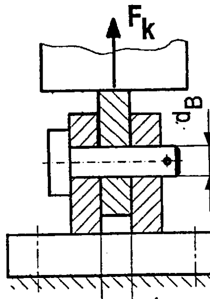
b) Wie groß ist die Gabeldicke s zu wählen, wenn der Bolzendurchmesser d_B = 20 mm beträgt und eine Flächenpressung von p_{zul} = 35 N/mm² nicht überschritten werden darf?



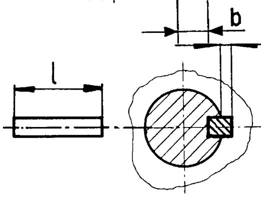
2.2 Kolbenkraft: F_K = 10 kN
Bolzenwerkstoff: C45E
Sicherheit gegen Bruch: ν = 8
zulässige Flächenpressung:
p_{zul} = 30 N/mm²

a) Berechnen Sie den Mindestdurchmesser d_B des Bolzens (gegen Abscheren).

b) Berechnen Sie die Breite b für die zulässige Flächenpressung.



2.3 Das Drehmoment wird von der Antriebswelle auf die Seilscheibe durch eine Passfeder übertragen. Die zulässige Flächenpressung an der Seitenfläche der Nut beträgt p_{zul} = 125 N/mm² und die Tiefe der Nabennut t = 6,4 mm.



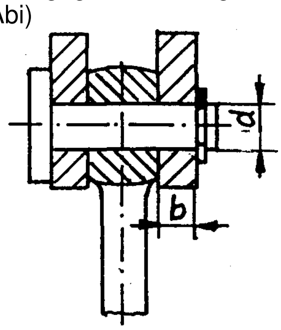
a) Berechnen Sie die erforderliche Länge der Passfeder, wenn das Drehmoment von 1500 Nm auf dem Durchmesser d = 100 mm übertragen wird.

b) Hält eine Passfeder DIN 6885 - A 32 x 18 x 28 (Werkstoff E295) bei 5-facher Sicherheit gegen Scherung und Flächenpressung? (nicht Abi)

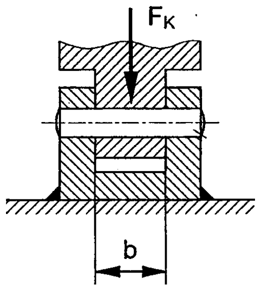
2.4

a) Berechnen Sie den Durchmesser d des Verbindungsbolzens aus 16MnCr5 im Gelenkpunkt E bei 3-facher Sicherheit gegen Abscheren bei einer wirksamen Kolbenkraft F_K = 70 kN.

b) In den beiden Laschen ist eine Flächenpressung p_{zul} = 100 N/mm² zulässig.
Berechnen Sie die erforderliche Laschenbreite, wenn der Bolzendurchmesser d = 16 mm gewählt wurde.



2.5 Lagerung eines Zylinders
Kolbenkraft: F_K = 250 kN
Zul. Flächenpressung:
p_{zul} = 30 N/mm²
Sicherheit gegen Abscheren:
ν = 4,5; b = 150 mm
Bolzenwerkstoff: C45E
Berechnen Sie den erforderl. Bolzendurchmesser.[1]



2.6 HP 1993/95-1 Getriebewelle

2.7 HP 1989/90-1 Hebebühne Aufg. (2)+3

2.8 HP 1989/90-2: Getriebewelle

2.9 NP 2010/11-1 Hebevorrichtung Aufg. 1.5.2

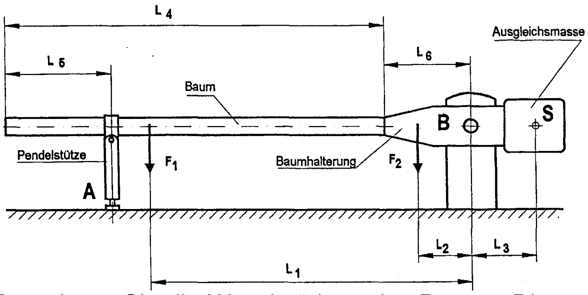
3 Biegefestigkeit

3.1 Das Biegemoment beträgt M_{bmax} = 4375 Nm.
Bestimmen Sie die erforderlichen Querschnittsmaße h und b (Rechteck – Vollprofil) für ein Bauverhältnis h = 4 • b und bei einer zulässigen Biegespannung von σ_b = 220 N/mm²

3.2 Gewichtskraft des Baumes F_1 = 300 N
Gewichtskraft Baumhalterung F_2 = 900 N
Ausgleichsmasse m = 120 kg
L_1 = 3300 mm; L_2 = 400 mm; L_3 = 600 mm;
L_4 = 5000 mm; L_5 = 1870 mm; L_6 = 925 mm

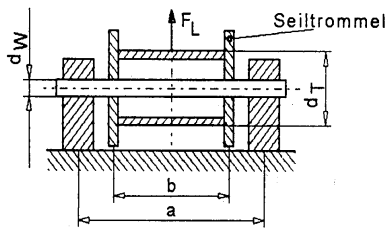
1 Hinweis: In neueren Abi-Aufgaben wird nicht mehr angegeben, ob gegen Flächenpressung oder gegen Abscherung gerechnet werden muss. Man muss selbstständig beide Belastungen berechnen und den größeren Querschnitt wählen.

a) Berechnen Sie das max. Biegemoment des Baums für den Augenblick des Öffnens mit $F_A = 0$.



b) Berechnen Sie die Wandstärke s des Baums. Die zulässige Biegespannung σ_{bzul} beträgt 12 N/mm². Der Außendurchmesser ist D = 132 mm.

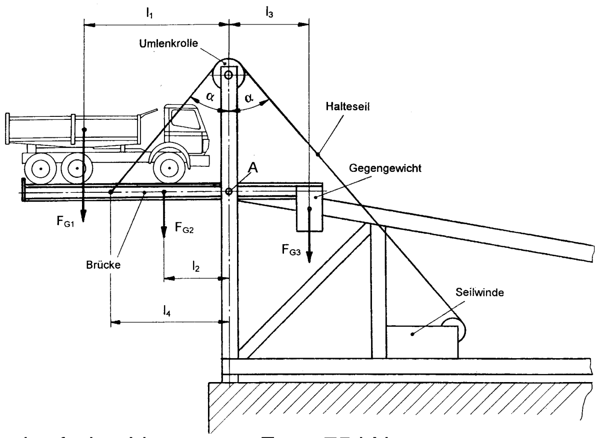
3.3 Die Seiltrommelwelle ist aus C60E gefertigt.
F_L = 10 kN
a = 800 mm
b = 600 mm
d_T = 500 mm



a) Berechnen Sie das max. Biegemoment.

b) Ermitteln Sie den Durchmesser d_w der Seiltrommelwelle bei vierfacher Sicherheit und einem Biegemoment von 500 Nm.

3.4 Mit Hilfe der skizzierten Verladeanlage wird Schüttgut vom Lkw auf Schiffe verladen.

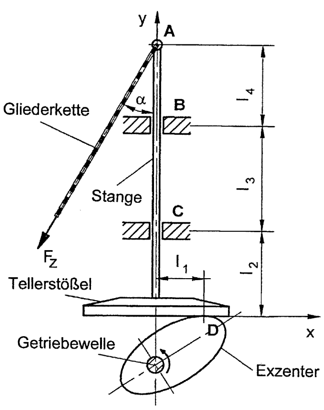


Gewichtskraft des Lkw: F_{G1} = 75 kN
Gewichtskraft der Brücke: F_{G2} = 20 kN
Gegengewichtskraft: F_{G3} = 40 kN
Kraft im Halteseil: F_S = 100 kN
l_1 = 5,5 m; l_2 = 2,5 m, l_3 = 3,0 m, l_4 = 4,5 m, $\alpha = 40°$

a) Berechnen Sie das maximale Biegemoment im Brückenträger. F_{G1} ersetzt die Radkräfte des Lkw.

b) Bestimmen Sie einen geeigneten mittelbreiten I-Träger (IPE) aus S275 bei 3facher Sicherheit gegen Verformung.

3.5 Der Exzenter wird über eine Welle, die mit einem Getriebe und Motor verbunden ist, angetrieben. Die Kraft wird über Tellerstößel und Stange übertragen, an deren oberen Ende eine Kette befestigt ist. Die Reibung ist zu vernachlässigen.

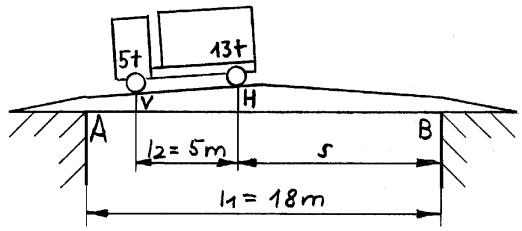


Daten:
l_1 = 300 mm
l_2 = 600 mm
l_3 = 800 mm
l_4 = 600 mm; $\alpha = 30°$; F_z= 17kN

a) Bestimmen Sie die Stelle und Größe des maximalen Biegemoments M_{bmax} (Berechnung mit: F_Z = 17 kN; F_B = 20,4 kN; F_c = -11,9 kN; F_D = 14,7 kN)

b) Für die Stange aus C45E wird ein Rohr mit einem Außendurchmesser von D = 80 mm verwendet. Ermitteln Sie bei bei 3-facher Sicherheit gegen Verformung durch das max. Biegemoment M_{bmax} = 5,1 kNm die erforderliche Wandstärke s.

3.6 Behelfsbrücke



Wegen Brückenarbeiten wird der Verkehr über eine Behelfsbrücke mit 18 m Spannweite geleitet. Sie wird von einem Lkw mit den Achslasten 5 t (vorne) und 13 t (hinten) überquert.

a) Berechnen Sie die Lagerkraft B abhängig von s.

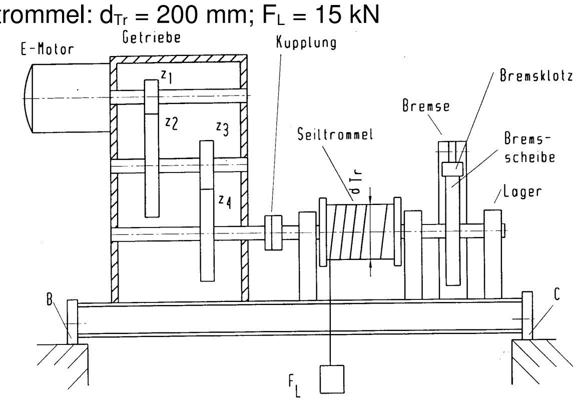
b) Bei welchem s herrscht unter der Hinterachse des Lkw das größte Biegemoment M_{bHmax} in der Brücke?

c) Wie groß ist das größte Biegemoment M_{bHmax}?

4 <u>Torsionsfestigkeit</u>

4.1 Fortsetzung der Aufgabe 3.3:
Da außer Biegebeanspruchung auch Torsionsbeanspruchung auftritt, wird für die Seiltrommelwelle ein Durchmesser d_w = 60mm gewählt. Berechnen Sie die Sicherheit gegen Verformung bei reiner Torsionsbeanspruchung für die Verdrehgrenze
τ_{tF} = 400 N/mm².

4.2 Bestimmen Sie den Durchmesser der Seiltrommelwelle für eine zulässige Torsionsspannung
τ_{tzul} = 120 N/mm².
Seiltrommel: d_{Tr} = 200 mm; F_L = 15 kN



4.3 Bestimmen Sie den Durchmesser d_W der Seiltrommelwelle bei einer zulässigen Torsionsspannung von τ_{tzul} = 100 N/mm².
Seiltrommel: F_{smax} = 4 kN; d_{TR} = 250 mm

4.4 Die Pumpenwelle der Hydraulikanlage erfordert ein Antriebsmoment von M_p = 100 Nm bei einer Drehzahl von $n_p = 1000\ min^{-1}$.
Berechnen Sie den Durchmesser d_p der Pumpenantriebswelle bei τ_{tzul} = 80 N/mm².

4.5 NP 2010/11-1 Hebevorrichtung Aufg. 1.5.1

Lösungsvorschläge

Wenn nicht anders angegeben, stammen Tabellenwerte aus dem Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, 41. Auflage ohne Formelsammlung. Andere Tabellenbücher oder Auflagen können abweichende Werte enthalten.

1 Zugfestigkeit

1.1

$$A=\frac{\pi\cdot d^2}{4}=\frac{\pi\cdot 1{,}2^2\,mm^2}{4}=1{,}13\,mm^2$$

$$\frac{R_m}{\nu}=\sigma_{zzul}>\sigma_z=\frac{F_s}{n\cdot A}\rightarrow$$

$$n=\frac{\nu\cdot F_s}{R_m\cdot A}=\frac{4\cdot 100\,kN}{1600\,N/mm^2\cdot 1{,}13\,mm^2}=221{,}05\approx 222$$

1.2

$$A=\frac{\pi\cdot d^2}{4}=\frac{\pi\cdot 0{,}28^2\,mm^2}{4}=0{,}0616\,mm^2$$

$$\frac{R_m}{\nu}=\sigma_{zzul}>\sigma_z=\frac{F_{smax}}{n\cdot A}\quad\rightarrow$$

$$R_m>\frac{\nu\cdot F}{n\cdot A}=\frac{12\cdot 250\,N}{37\cdot 0{,}0616\,mm^2}=1317\,\frac{N}{mm^2}$$

1.3 Bei Rundgliederketten verteilt sich die Last auf die beiden Querschnitte des Rundstahles auf beiden Seiten eines Kettengliedes.

R_e wurde für die Wandstärke 16 mm und Zustand „vergütet" gewählt, der für Ketten anzunehmen ist.

$$A=\frac{\pi\cdot d^2}{4}=\frac{\pi\cdot(16\,mm)^2}{4}=201\,mm^2$$

$$\frac{R_e}{\nu}=\sigma_{zzul}>\sigma_z=\frac{F_K}{2\cdot A}\quad\rightarrow$$

$$\nu=\frac{R_e\cdot 2\cdot A}{F_K}=\frac{580\,N/mm^2\cdot 2\cdot 201\,mm^2}{130\,kN}=1{,}8$$

1.4

$$\text{Winkel}\,\alpha\,\text{zwischen den Zugstreben:}\ \tan\alpha=\frac{l_2}{2\cdot l_1}\rightarrow$$

$$\alpha=\arctan\frac{l_2}{2\cdot l_1}=\arctan\frac{1300\,mm}{2\cdot 1500\,mm}=23{,}4\,°$$

$$F_{Strebe}=\frac{F_{Zmax}}{2\cdot\cos\alpha}=\frac{38\,kN}{2\cdot\cos 23{,}4\,°}=20{,}7\,kN$$

$$\frac{R_e}{\nu}=(\sigma_{zzul}>\sigma)=\frac{F_{Strebe}}{S_{Strebe}}\rightarrow$$

$$S_{Strebe}=\frac{\nu\cdot F_{Strebe}}{R_e}=\frac{9\cdot 20{,}7\,kN}{235\,N/mm^2}=793\,mm^2$$

Gewählt wird ein U-Profil DIN 1026 – S235JO – U65 mit einer Querschnittsfläche S = 903 mm².

1.5 Die Reibkraft wirkt an jeder Klemmfläche, d.h. 2 mal:

$$\frac{F_{Smax}}{2}<F_R=\mu\cdot F_{Nmin}\ \rightarrow\ F_{Nmin}=\frac{F_{Smax}}{2\cdot\mu}=\frac{18\,kN}{2\cdot 0{,}2}=45\,kN$$

$$F_{Nerf}=F_{Nmin}\cdot\nu_2=45\,kN\cdot 5=225\,kN$$

$$F_{Schraube}=\frac{F_{Nerf}}{n}=\frac{225\,kN}{6}=37{,}5\,kN$$

$$R_e=8\cdot 0{,}8\cdot 100\,\frac{N}{mm^2}=640\,\frac{N}{mm^2}\,(\text{aus Angabe 8.8})$$

$$\frac{R_e}{\nu_1}=\sigma_{zzul}>\sigma_z=\frac{F_{Schraube}}{A_S}\quad\rightarrow$$

$$A_S=\frac{F_{Schraube}\cdot\nu_1}{R_e}=\frac{37{,}5\,kN\cdot 4\cdot mm^2}{640\,N}=234{,}4\,mm^2$$

Gewählt: Gewinde M20 mit A_S = 245 mm²

2 Scherfestigkeit und Flächenpressung

Passfedern, Bolzen usw. werden sowohl auf Flächenpressung als auch Abscherung belastet, ein Konstrukteur muss beide Belastungen bedenken und das Bauteil für die größere dimensionieren..

Im Abitur sind die Aufgaben unterschiedlich gestellt. Meistens sind beide Größen gesucht, man muss also das Bauteil nach beiden Belastungen berechnen und auch angeben, welches der beiden Ergebnisse gewählt wird. Aber das ist nicht immer explizit angegeben, der Schüler muss selbst daran denken.

Es gibt auch Aufgaben, in denen nur nach einer Belastung gerechnet werden muss. Es kam sogar vor, dass nicht angeben war, nach welcher Belastung gerechnet werden sollte, - die Schüler mussten die konkrete Aufgabe aus den gegebenen Größen schließen.

2.1

a)

$$\frac{\tau_{aB}}{\nu}=\tau_{azul}>\tau_a=\frac{F_A}{2\cdot S}\rightarrow$$

$$S>\frac{\nu\cdot F_A}{2\cdot\tau_{aB}}=\frac{8\cdot 20\,kN}{2\cdot 390\,\frac{N}{mm^2}}=205{,}1\,mm^2$$

$$S=\frac{\pi\cdot d_B{}^2}{4}\rightarrow d_B=\sqrt{\frac{4\cdot S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 205{,}1\,mm^2}{\pi}}=16{,}2\,mm$$

b)

$$P_{zul}>p=\frac{F_A}{A}=\frac{F_A}{2\cdot s\cdot d_B}\rightarrow$$

$$s>\frac{F_A}{2\cdot d_B\cdot p_{zul}}=\frac{20\,kN}{2\cdot 20\,mm\cdot 35\,\frac{N}{mm^2}}=14{,}3\,mm$$

2.2

a)

$$\frac{\tau_{aB}}{\nu}=\tau_{azul}>\tau_a=\frac{F_K}{2\cdot S}\quad\rightarrow$$

$$S>\frac{\nu\cdot F_K}{2\cdot\tau_{aB}}=\frac{8\cdot 10\,kN}{2\cdot 560\,\frac{N}{mm^2}}=71{,}4\,mm^2$$

$$S=\frac{\pi\cdot d_{B^2}}{4}\rightarrow d_B=\sqrt{\frac{4\cdot S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 71{,}4\,mm^2}{\pi}}=9{,}5\,mm$$

gewählt: d_B = 10 mm

b)

$$P_{zul}>p=\frac{F_K}{A}=\frac{F_K}{d_B\cdot b}\quad\rightarrow$$

$$b>\frac{F_K}{d_B\cdot p_{zul}}=\frac{10\,kN}{10\,mm\cdot 30\,\frac{N}{mm^2}}=33{,}3\,mm$$

2.3

a) In dieser Aufgabe muss nur die Scherfestigkeit berechnet werden, aber das ist nicht explizit angegeben, sondern muss vom Schüler aus den gegebenen Größen geschlossen werden.

$$p_{zul}>p=\frac{F}{A}\rightarrow A=\frac{F}{p_{zul}}=\frac{30\,kN\cdot mm^2}{125\,N}=240\,mm^2$$

$$M_t=F\cdot\frac{d}{2}\rightarrow F=\frac{2\cdot M}{d}=\frac{2\cdot 1500\,Nm}{100\,mm}=30\,kN$$

$$A=b\cdot t\rightarrow b=\frac{A}{t}=\frac{240\,mm^2}{6{,}4\,mm^2}=37{,}5\,mm$$

b) fehlt

2.4

a) τ_{aB} =635N/mm² aus [EuroTabM41] S. 41

$$\frac{\tau_{aB}}{\nu}=\tau_{azul}>\tau_a=\frac{F_W}{2\cdot S}\quad\rightarrow$$

$$S_{erf}>\frac{\nu\cdot F_W}{2\cdot\tau_{aB}}=\frac{3\cdot 70\,kN}{2\cdot 635\,\frac{N}{mm^2}}=165{,}3\,mm^2$$

$$S=\frac{\pi\cdot d_{B^2}}{4}\rightarrow$$

$$d_B=\sqrt{\frac{4\cdot S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 165{,}3\,mm^2}{\pi}}=14{,}5\,mm$$

b)

$$p_{zul}>p=\frac{F_W}{2\cdot A}\rightarrow A=\frac{F_W}{p_{zul}}=\frac{70\,kN\cdot mm^2}{2\cdot 100\,N}=350\,mm^2$$

$$A=b\cdot d_B\rightarrow b=\frac{A}{d_B}=\frac{350\,mm^2}{16\,mm^2}=21{,}9\,mm$$

2.5 Rechnung gegen Flächenpressung

$$p_{zul}=\frac{F}{A}\quad\rightarrow\quad A=\frac{F}{p_{zul}}=\frac{250\,kN}{30\,\frac{N}{mm^2}}=8333\,mm^2$$

$$A=b\cdot d\quad\rightarrow\quad d=\frac{A}{b}=\frac{8333\,mm^2}{150\,mm}=\underline{55{,}6\,mm=d_{F-pressung}}$$

Rechnung gegen Abscherung (τ_{aB} =560N/mm² aus [EuroTabM44] S. 44)

$$\frac{\tau_{aB}}{\nu}=\tau_{aBzul}>\tau_a=\frac{F_K}{2\cdot S}\quad\rightarrow$$

$$S_{erf}>\frac{F_K\cdot\nu}{2\cdot\tau_{aBzul}}=\frac{250\,kN\cdot 4{,}5}{2\cdot 560\,\frac{N}{mm^2}}=1004{,}5\,mm^2$$

$$S=\frac{\pi\cdot d^2}{4}\quad\rightarrow$$

$$d=\sqrt{\frac{4\cdot S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 1004{,}5\,mm^2}{\pi}}=\underline{35{,}8\,mm=d_{Abscherung}}$$

Gewählt: d ≥ 55,6 mm (größerer Durchmesser)

3 <u>Biegefestigkeit</u>

3.1

$$\text{Am Bremsklotz:}$$
$$M_{bmax}=F_{Br}\cdot(l_1-l_2)=3125\,N\cdot(1600\,mm-200\,mm)$$
$$M_{bmax}=4{,}375\,kNm$$
$$\sigma_{bzul}>\sigma_b=\frac{M_{bmax}}{W}\rightarrow$$
$$W=\frac{M_{bmax}}{\sigma_{bzul}}=\frac{4{,}375\,kNm}{220\,N/mm^2}=19{,}89\,cm^3$$
$$h=4\cdot b=4\cdot 19{,}5\,mm=78\,mm$$
$$W=\frac{b\cdot h^2}{6}=\frac{b\cdot 16b^2}{6}\rightarrow$$
$$b=\sqrt[3]{\frac{6\cdot W}{16}}=\sqrt[3]{\frac{6\cdot 19{,}89\,cm^3}{16}}=19{,}5\,mm$$

3.2

a) Das maximale Moment M_b im Baum tritt im Moment des Öffnens auf, wenn an der Pendelstütze die Kraft F_A = 0 ist. Es wirkt am Übergang zur Baumhalterung, weil dort der größte Hebelarm wirkt.

$$M_b=F_1\cdot(l_1-l_6)=300\,N\cdot(3300\,mm-925\,mm)=712{,}5\,Nm$$

b)

$$\sigma_{bzul}>\sigma_b=\frac{M_b}{W}\quad\rightarrow\quad W_{erf}>\frac{M_b}{\sigma_{bzul}}=\frac{712{,}5\,Nm}{12\,N/mm^2}=59{,}375\,cm^3$$

$$W=\frac{\pi\cdot(D^4-d^4)}{32\,D}\quad\rightarrow\quad d=\sqrt[4]{D^4-\frac{32\cdot W\cdot D}{\pi}}$$

$$d=\sqrt[4]{132^4\,mm^4-\frac{32\cdot 59375\,mm^3\cdot 132\,mm}{\pi}}=122{,}3\,mm$$

$$s=\frac{D-d}{2}=\frac{132\,mm-122{,}3\,mm}{2}=4{,}85\,mm$$

Wandstärke: Die Differenz zwischen Außen- und Innendurchmesser muss durch 2 geteilt werden, weil ein Rohr auf beiden Seiten Wände hat.

3.3 σ_{bF} = 700N/mm² aus [EuroTabM44] S. 44

a)

$$M_{bmax}=\frac{F_L}{2}\cdot\frac{a-b}{2}=\frac{10\,kN}{2}\cdot\frac{800\,mm-600\,mm}{2}=500\,Nm$$

b)

$$\frac{\sigma_{bF}}{\nu}=\sigma_{bzul}>\sigma_b=\frac{M_b}{W}\quad\rightarrow$$

$$W=\frac{M_b\cdot\nu}{\sigma_{bF}}=\frac{500\,Nm\cdot 4\cdot mm^2}{700\,N}=2{,}857\,cm^3$$

$$W=\pi\cdot\frac{d^3}{32}\quad\rightarrow$$

$$d=\sqrt[3]{\frac{32\cdot W}{\pi}}=\sqrt[3]{\frac{32\cdot 2{,}857\,cm^3}{\pi}}=30{,}8\,mm$$

3.4

a)

$$\Sigma F_y=0=-F_{G1}+F_{Sy}-F_{G2}+F_{Ay}-F_{G3}$$
$$F_{Ay}=F_{G1}-F_S\cdot\cos\alpha+F_{G2}+F_{G3}$$
$$F_{Ay}=75\,kN-100\,kN\cdot\cos 40°+20\,kN+40\,kN=58{,}4\,kN$$

Wenn nur Punktlasten vorhanden sind (oder wie in dieser Aufgabe für die Schwerkräfte angenommen sind) sind, kann das maximale Biegemoment nur an einem inneren Krafteinleitungspunkt auftreten. Deshalb kann man die Biegemomente an den Punkten S (Angriffspunkt des Halteseils), 2 (Angriffspunkt der Schwerkraft F_{G2}) und A berechnen und zuletzt das Biegemoment mit dem größten Betrag auswählen.

Da mit der vorgegebenen Seilkraft F_S = 100 kN der Brückenträger nicht genau im Gleichgewicht ist, ergeben sich leicht unterschiedliche Werte für die Biegemomente, je nachdem, ob man von links oder von rechts rechnet. (Das darf mit dem korrekten Wert für F_S = 99,36 kN nicht passieren.) Für sehr gute Schüler, die zur Kontrolle beide Seiten rechnen, kann dies ein Stolperstein werden. „Normale" Schüler, die die Biegemomente nur von einer Seite berechnen, werden die Unstimmigkeit gar nicht bemerken[1].

$$M_{Slinks}=F_{G1}\cdot(l_1-l_4)=75\,kN\cdot(5{,}5\,m-4{,}5\,m)=75\,kNm$$
$$M_{Srechts}=-F_{G2}\cdot(l_4-l_2)+F_{Ay}\cdot l_4-F_{G3}\cdot(l_4+l_3)$$
$$=-20\,kN\cdot(4{,}5-2{,}5)\,m+58{,}4\,kN\cdot 4{,}5\,m-40\,kN\cdot(4{,}5+3)\,m$$
$$=-77{,}2\,kNm$$
$$M_{2links}=F_{G1}\cdot(l_1-l_2)-F_S(l_4-l_2)\cdot\cos\alpha$$
$$=75\,kN\cdot(5{,}5-2{,}5)\,m-100\,kN(4{,}5-2{,}5)\,m\cdot\cos 40°$$
$$=71{,}8\,kNm$$
$$M_{2rechts}=F_{Ay}\cdot l_2-F_{G3}\cdot(l_2+l_3)$$
$$=58{,}4\,kNm\cdot 2{,}5\,m-40\,kN\cdot(2{,}5+3)\,m=-74\,kNm$$

1 Intelligente Schüler seien an dieser Stelle vorgewarnt: Diese vermeintliche „Ungerechtigkeit" ist nicht ungewöhnlich. Menschen sind meistens Durchschnitt, deshalb sind menschliche Organisationen meist auf Durchschnitt ausgelegt. Wer davon deutlich abweicht, sei es nach unten oder nach oben, sei es bei Intelligenz oder Schuhgröße, kann seine ganz spezifischen Probleme bekommen.

$M_{Alinks} = F_{G1} \cdot l_1 - F_S \cdot l_4 \cdot \cos\alpha + F_{G2} \cdot l_2$
$= 75\,kN \cdot 5{,}5\,m - 100\,kN \cdot 4{,}5\,m \cdot \cos 40° + 20\,kN \cdot 2{,}5\,m$
$= 117{,}8\,kNm$

$M_{Arechts} = F_{G3} \cdot l_3 = 40\,kN \cdot 3\,m = 120\,kNm = M_{bmax}$

M_{bmax} liegt im Lager A. Da man üblicherweise die einfachere Rechnung von rechts wählt, wird mit M_{bmax} = 120 kNm weiter gerechnet.

b) σ_{bF} = 380N/mm² aus [EuroTabM44] S. 44

$$\sigma_{bF} = \sigma_{bzul} > \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \quad \rightarrow$$

$$W = \frac{\nu \cdot M_{bmax}}{\sigma_{bF}} = \frac{3 \cdot 120\,kNm}{380\,N/mm^2} = 947\,cm^3$$

Gewählt:
I-Profil DIN1025 – S275 – IPE360 mit W_x = 904 cm³.

3.5

a) Da nur Punktlasten vorliegen, kann das maximale Biegemoment M_{bmax} nur an einem inneren Krafteinleitungspunkt liegen, also bei B oder C.

$M_{bB} = l_1 \cdot F_D = 300\,mm \cdot 14{,}7\,kN = 4{,}41\,NM$

$M_{bC} = l_4 \cdot F_Z \cdot \sin\alpha = 600\,mm \cdot 17\,kN \cdot \sin 30° = 5{,}1\,Nm$

M_{bmax} = 5,1 Nm: der größere der beiden Beträge

b) σ_{bF} = 700N/mm² aus [EuroTabM44] S. 44

$$\sigma_{bF} = \sigma_{bzul} > \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \quad \rightarrow$$

$$W = \frac{\nu \cdot M_{bmax}}{\sigma_{bF}} = \frac{3 \cdot 5{,}1\,kNm}{700\,N/mm^2} = 21{,}9\,cm^3$$

$$W = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32\,D} \quad \rightarrow \quad d = \sqrt[4]{D^4 - \frac{32 \cdot W \cdot D}{\pi}}$$

$$d = \sqrt[4]{80^4\,mm^4 - \frac{32 \cdot 21857\,mm^3 \cdot 80\,mm}{\pi}} = 69{,}4\,mm$$

$$s_{erf} = \frac{D - d}{2} = \frac{80\,mm - 69{,}4\,mm}{2} = 5{,}32\,mm$$

3.6

a) Freigemachtes Bauteil: Behelfsbrücke
I: Vorder-und Hinterräder stehen auf der Brücke

I : Für $0 \leqslant s \leqslant l_1 - l_2$

$$\Sigma M_A = +F_B \cdot l_1 - F_H \cdot (l_1 - s) - F_V \cdot (l_1 - s - l_2)$$

$$F_B(s) = \frac{F_H \cdot (l_1 - s) + F_V \cdot (l_1 - s - l_2)}{l_1}$$

$$F_B(s) = -\frac{F_H + F_V}{l_1} \cdot s + F_H + F_V \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$F_B(s) = -\frac{130\,kN + 50\,kN}{18\,m} \cdot s + 130\,kN + 50\,kN \cdot \left(1 - \frac{5\,m}{18\,m}\right)$$

$$F_B(s) = -10\,\frac{kN}{m} \cdot s + 166{,}1\,kN$$

II Nur Hinterräder stehen auf der Brücke

II : Für $l_1 - l_2 \leqslant s \leqslant l_1$

$$F_B(s) = \frac{F_H \cdot (l_1 - s)}{l_1} = -\frac{F_H}{l_1} \cdot s + F_H = -\frac{13\,kN}{18\,m} \cdot s + 18\,kN$$

b) Vorüberlegung: Das maximale Biegemoment wirkt, wenn alle Räder und damit das ganze Gewicht des Lkw auf der Behelfsbrücke stehen. Es genügt also, mit Gleichung I zu rechnen.
Das maximale Biegemoment wirkt dort, wo die Ableitung des Biegemomentes M_{bH} = 0 ist.

$$M_{bH} = |F_B \cdot s| = -\frac{F_H + F_V}{l_1} \cdot s^2 + \left[F_H + F_V \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right)\right] \cdot s$$

$$M_{bH} = -10\,\frac{kN}{m} \cdot s^2 + 166{,}1\,kN \cdot s$$

$$\dot{M}_{bH} = -10\,\frac{kN}{m} \cdot 2 \cdot s + 166{,}1\,kN \quad (= 0 \text{ für } M_{bHmax}) \rightarrow$$

$$s_{MbHmax} = \frac{166{,}1\,kN}{10\,\frac{kN}{m} \cdot 2} = 8{,}3\,m \quad (\text{Stelle für } M_{bHmax})$$

c)
$$M_{bH} = |F_B \cdot s| = -\frac{F_H + F_V}{l_1} \cdot s^2 + \left[F_H + F_V \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right)\right] \cdot s$$

$$M_{bH} = -10\,\frac{kN}{m} \cdot (8{,}3\,m)^2 + 166{,}1\,kN \cdot 8{,}3\,m = 690\,kNm$$

4 Torsionsfestigkeit

4.1

$$M_T = \frac{F_L \cdot d_W}{2} = \frac{10\,kN \cdot 500\,mm}{2} = 2500\,Nm$$

$$W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot (60\,mm)^3}{16} = 42{,}412\,cm^3$$

$$\frac{\tau_{tF}}{\nu} = \tau_{tzul} > \tau_t = \frac{M_T}{W_P} \quad \rightarrow$$

$$\nu = \frac{\tau_{tF} \cdot W_P}{M_T} = \frac{400\,N/mm^2 \cdot 42{,}412\,cm^3}{mm^2 \cdot 2500\,Nm} = 6{,}79$$

4.2

$$M_{Tr} = F_L \cdot \frac{d_{Tr}}{2} = 15\,kN \cdot \frac{200\,mm}{2} = 1{,}5\,kNm$$

$$\tau_{tzul} > \tau_T = \frac{M_{Tr}}{W_p} \rightarrow W = \frac{M_{Tr}}{\tau_t} = \frac{1{,}5\,kNm}{120\,\frac{N}{mm^2}} = 12{,}5\,cm^3$$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{W_p \cdot 16}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{12{,}5\,cm^3 \cdot 16}{\pi}} = 40\,mm$$

4.3

$$M_{Tr} = F_L \cdot \frac{d_{Tr}}{2} = 4\,kN \cdot \frac{250\,mm}{2} = 500\,Nm$$

$$\tau_{tzul} > \tau_T = \frac{M_{Tr}}{W_p} \rightarrow W = \frac{M_{Tr}}{\tau_t} = \frac{500\,Nm}{100\,\frac{N}{mm^2}} = 5\,cm^3$$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{W_p \cdot 16}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{5\,cm^3 \cdot 16}{\pi}} = 29{,}4\,mm$$

4.4

$$\tau_{tzul} > \tau_T = \frac{M_p}{W_p} \rightarrow W = \frac{M_p}{\tau_t} = \frac{100\,Nm}{80\,\frac{N}{mm^2}} = 1{,}25\,cm^3$$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{W_p \cdot 16}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}25\,cm^3 \cdot 16}{\pi}} = 18{,}5\,mm$$