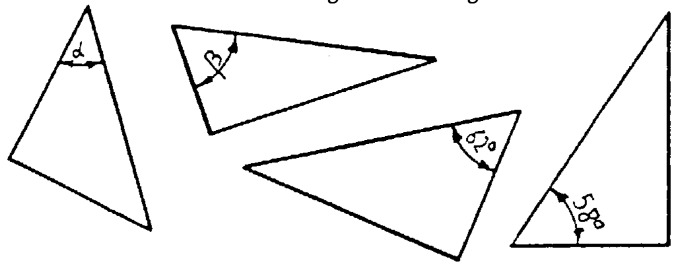
Gewerbeschule Lörrach	Regeln in rechtwinkligen Dreiecken	

1) Übliche Bezeichnungen

Bezeichnungen:
In Dreiecken benennt man Seiten mit den lat. Buchstaben a, b und c, und die jeweils gegenüberliegenden Winkel mit den griech. Buchstaben α (alpha, ggü. a), β (beta, ggü. b) und γ (gamma, ggü c).

Für rechtwinklige Dreiecke gilt:
Die Hypotenuse c ist die längste Seite und liegt gegenüber dem rechten Winkel. Die beiden kürzeren Seiten a und b heißen Katheten und bilden die Schenkel des rechten Winkels. Vom Winkel α aus gesehen ist a die Gegenkathete und b die Ankathete. Vom Winkel β aus gesehen ist b die Gegenkathete und a die Ankathete.

Tragen Sie die Bezeichnungen in die Dreiecke ein, und markieren Sie, ausgehend von den bezeichneten Winkeln, die Ankatheten rot und die Gegenkatheten grün.



2) Winkelsumme

Regel:
In Dreiecken beträgt die Summe aller Winkel 180°

Nutzen:
Wenn man zwei Winkel eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man den dritten Winkel berechnen.

Grundformel:
$\alpha+\beta+\gamma=180°$

Abgeleitete Formeln für rechtwinklige Dreiecke:
$\alpha+\beta=90°$ $\qquad \alpha=90°-\beta$ $\qquad \beta=90°-\alpha$

3) Satz des Pythagoras

Regel:
Wenn man die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreieckes quadriert, so ist die Fläche der beiden Quadrate zusammen genauso groß wie das Quadrat der Hypothenuse.

Nutzen:
Wenn man zwei Seiten eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man die dritte Seite berechnen.

Grundformel:
$a^2+b^2=c^2$

Abgeleitete Formeln:
$a=\sqrt{c^2-b^2}$ $\qquad b=\sqrt{c^2-a^2}$ $\qquad c=\sqrt{a^2+b^2}$

4) Seitenverhältnisse = Winkelfunktionen

Regel:
Die Seiten eines rechtwinkligen Dreieckes stehen in bestimmten Verhältnissen zueinander, die nur von den Winkeln abhängen.
Die Verhältnisse kann man vom Taschenrechner oder aus dem Tabellenbuch entnehmen.

Nutzen:
1) Wenn man eine Seiten und einen Winkel eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man die fehlenden Seiten berechnen.
2) Wenn man zwei Seiten eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man die fehlenden Winkel berechnen.

Grundformeln:

Sinus: $\sin[\text{Winkel}]=\text{Verhältnis}\left[\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}\right]$ z.B. $\sin\alpha=\frac{a}{c}$

Cosinus: $\cos[\text{Winkel}]=\text{Verhältnis}\left[\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}\right]$ z.B. $\cos\alpha=\frac{b}{c}$

Tangens: $\tan[\text{Winkel}]=\text{Verhältnis}\left[\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}\right]$ z.B. $\tan\alpha=\frac{a}{b}$

Abgeleitete Formeln für rechtwinklige Dreiecke:

1)
$$a=c\cdot\sin\alpha=c\cdot\cos\beta=b\cdot\tan\alpha=b\cdot\cot\beta$$
$$b=c\cdot\sin\beta=c\cdot\cos\alpha=a\cdot\tan\beta=a\cdot\cot\alpha$$
$$c=\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{a}{\cos\beta}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{b}{\cos\alpha}$$

2)
$$\alpha=\arcsin\left[\frac{a}{c}\right]=\arccos\left[\frac{b}{c}\right]=\arctan\left[\frac{a}{b}\right]$$
$$\beta=\arcsin\left[\frac{b}{c}\right]=\arccos\left[\frac{a}{c}\right]=\arctan\left[\frac{b}{a}\right]$$

5) Übungen: *Ergänzen Sie die fehlenden Werte in den Dreiecken möglichst direkt aus den angegebenen Werten.*

	Dreieck 1	Dreieck 2	Dreieck 3	Dreieck 4	Dreieck 5
Kathete a		30 mm		747 mm	760 mm
Kathete b		40 mm			
Hypotenuse c	62 mm		350 mm		
Winkel α	55°				42°40'
Winkel β			50°	17,67°	
Winkel γ	90°	90°	90°	90°	90°

6) Zusammenfassung

Kennt man in einem rechtwinkligen Dreieck zwei Seiten oder eine Seite mit einem Winkel, so kann man alle fehlenden Größen berechnen.

Gewerbeschule Lörrach	Regeln in rechtwinkligen Dreiecken	

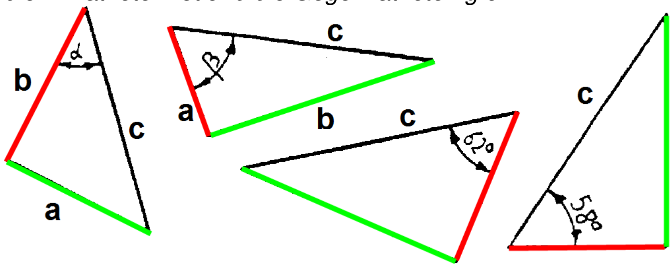
Lösungen

1) Übliche Bezeichnungen

Bezeichnungen:
In Dreiecken benennt man Seiten mit den lat. Buchstaben a, b und c, und die jeweils gegenüberliegenden Winkel mit den griech. Buchstaben α (alpha, ggü. a), β (beta, ggü. b) und γ (gamma, ggü c).

Für rechtwinklige Dreiecke gilt:
Die Hypotenuse c ist die längste Seite und liegt gegenüber dem rechten Winkel. Die beiden kürzeren Seiten a und b heißen Katheten und bilden die Schenkel um den rechten Winkel.
Vom Winkel α aus gesehen ist a die Gegenkathete und b die Ankathete. Vom Winkel β aus gesehen ist b die Gegenkathete und a die Ankathete.

Tragen Sie die Bezeichnungen in die Dreiecke ein, und markieren Sie, ausgehend von den bezeichneten Winkeln, die Ankatheten rot und die Gegenkatheten grün.



2) Winkelsumme

Regel:
In Dreiecken beträgt die Summe aller Winkel 180°

Nutzen:
Wenn man zwei Winkel eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man den dritten Winkel berechnen.

Grundformel:
$\alpha+\beta+\gamma=180°$

Abgeleitete Formeln für rechtwinklige Dreiecke:
$\alpha+\beta=90°$ $\quad \alpha=90°-\beta$ $\quad \beta=90°-\alpha$

3) Satz des Pythagoras

Regel:
Wenn man die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreieckes quadriert, so ist die Fläche der beiden Quadrate zusammen genauso groß wie das Quadrat der Hypothenuse.

Nutzen:
Wenn man zwei Seiten eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man die dritte Seite berechnen.

Grundformel:
$a^2+b^2=c^2$

Abgeleitete Formeln:
$a=\sqrt{c^2-b^2}$ $\quad b=\sqrt{c^2-a^2}$ $\quad c=\sqrt{a^2+b^2}$

4) Seitenverhältnisse = Winkelfunktionen

Regel:
Die Seiten eines rechtwinkligen Dreieckes stehen in bestimmten Verhältnissen zueinander, die nur von den Winkeln abhängen.
Die Verhältnisse kann man vom Taschenrechner oder aus dem Tabellenbuch entnehmen.

Nutzen:
1) Wenn man eine Seiten und einen Winkel eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man die fehlenden Seiten berechnen.
2) Wenn man zwei Seiten eines rechtwinkligen Dreieckes kennt, kann man die fehlenden Winkel berechnen.

Grundformeln:

Sinus: $\sin[\text{Winkel}]=\text{Verhältnis}\left[\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}\right]$ z.B. $\sin\alpha=\frac{a}{c}$

Cosinus: $\cos[\text{Winkel}]=\text{Verhältnis}\left[\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}\right]$ z.B. $\cos\alpha=\frac{b}{c}$

Tangens: $\tan[\text{Winkel}]=\text{Verhältnis}\left[\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}\right]$ z.B. $\tan\alpha=\frac{a}{b}$

Abgeleitete Formeln für rechtwinklige Dreiecke:

1)
$a=c\cdot\sin\alpha=c\cdot\cos\beta=b\cdot\tan\alpha=b\cdot\cot\beta$
$b=c\cdot\sin\beta=c\cdot\cos\alpha=a\cdot\tan\beta=a\cdot\cot\alpha$
$c=\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{a}{\cos\beta}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{b}{\cos\alpha}$

2)
$\alpha=\arcsin\left[\frac{a}{c}\right]=\arccos\left[\frac{b}{c}\right]=\arctan\left[\frac{a}{b}\right]$
$\beta=\arcsin\left[\frac{b}{c}\right]=\arccos\left[\frac{a}{c}\right]=\arctan\left[\frac{b}{a}\right]$

5) Übungen: *Ergänzen Sie die fehlenden Werte in den Dreiecken möglichst direkt aus den angegebenen Werten.*

	Dreieck 1	Dreieck 2	Dreieck 3	Dreieck 4	Dreieck 5
Kathete a	*62·sin55° = 50,8mm*	30 mm	*350·cos50° =* 225mm	747 mm	760 mm
Kathete b	*62·cos55° = 35,6mm*	40 mm	*350·sin50° =* 268mm	747·tan17,67° = 238mm	$824{,}6\,\text{mm}=\frac{760\,\text{mm}}{\tan\alpha}$
Hypotenuse c	62 mm	$50\,\text{mm}=\sqrt{30^2+40^2}\,\text{mm}$	350 mm	$784\,\text{mm}=\frac{747\,\text{mm}}{\cos\beta}$	$1121{,}5\,\text{mm}=\frac{760\,\text{mm}}{\sin\alpha}$
kel α	55°	$36{,}9°=\arctan\frac{30\,\text{mm}}{40\,\text{mm}}$	*90° - 50° = 40°*	*90° - 17,67° = 72,33°*	42°40' = 42,66°
Winkel β	*90° - 55° = 35°*	$53{,}1°=\arctan\frac{40\,\text{mm}}{30\,\text{mm}}$	50°	17,67°	*47°20' = 47,33°*
Winkel γ	90°	90°	90°	90°	90°

6) Zusammenfassung

Kennt man in einem rechtwinkligen Dreieck zwei Seiten oder eine Seite mit einem Winkel, so kann man alle fehlenden Größen berechnen.