



1 Unter- und Überschreitungsanteile¹

Ein (Grenz-)Unterschreitungsanteil ist der Anteil p einer Verteilung, der unter einem bestimmten Grenzwert G liegt², während ein (Grenz-)Überschreitungsanteil über einem Grenzwert G liegt. Typisches Beispiel sind Ausschussanteile, also die Anteile einer Fertigung, die unterhalb oder überhalb der Toleranzgrenzen liegen.

1.1 Leuchtstoffröhren

Die Brenndauer von Leuchtstoffröhren ist normalverteilt, die Parameter stehen rechts: $\mu = 900$ h
 $\sigma = 100$ h

Bestimmen Sie die Anteile für Lampen, die

- weniger als 650h brennen
- länger als 1200h brennen
- zwischen 750 und 1100h lang brennen
- weniger als 800h oder länger als 1200h brennen

1.2 Fettanteil

Eine Stichprobe der Bevölkerung wurde nach gesundheitlichen Gesichtspunkten untersucht. Für die Gruppe der 30..39jährigen ist der Anteil des Fettes an der Körpermasse rechts angegeben. $\mu = 25,1$ %
 $\sigma = 5,9$ %

Wie groß ist der Anteil Personen dieser Gruppe

- mit weniger als 18,5% Fettanteil?
- mit mehr als 30% Fettanteil?
- zwischen 24 und 27% Fettanteil?
- mit weniger als 15% oder mehr als 40% Fettanteil?

1.3 Distanzscheiben

Die Dicke von Distanzplättchen ist normalverteilt, Werte siehe rechts. Ein Kunde fragt an, ob Unterlagscheiben innerhalb der folgenden Toleranz geliefert werden können:

Werte der Fertigung:
 $\mu = 3,25$ mm
 $\sigma = 0,15$ mm

- Wie viel Prozent seiner Fertigung muss er aussortieren, wenn er diesen Kunden beliefern möchte?

Forderung:

1.4 Ausschuss- und Gutanteile

$x_{\text{unten}} = 3,00$ mm
 $x_{\text{oben}} = 3,60$ mm

- Wie groß ist der Ausschussanteil einer 6- σ -Fertigung?
- Wie groß ist der Ausschussanteil einer 8- σ -Fertigung?
- Welcher Anteil einer Normalverteilung liegt im Bereich Mittelwert ± 1 Standardabweichung?

Lösungen:

Tabellenkalkulationen berechnen direkt nur den Unterschreitungsanteil (Stand 2009), die anderen Anteile müssen daraus abgeleitet werden:

- Unterschreitungsanteil $p(x < 650h) = 0,62097\% = \text{NORMVERT}(x; \mu; \sigma; \text{WAHR}) = \text{NORMVERT}(650h; 900h; 100h; 1)$
 - Überschreitungsanteil $p(1200h < x) = 0,13499\% = 1 - \text{NORMVERT}(x; \mu; \sigma; \text{WAHR}) = 1 - \text{NORMVERT}(1200h; 900h; 100h; 1)$
 - Zwischenanteil $p(750h < x < 1100h) = 91,044\% = 99,8650\% - 6,6807\% = \text{NORMVERT}(1100h; 900h; 100h; 1) - \text{NORMVERT}(750h; 900h; 100h; 1)$
 - Ausschussanteil $p(x < 800h \cup 1200h < x) = 16,0\% = 15,866\% + 0,13499\% = \text{NORMVERT}(800h; 900h; 100h; 1) + 1 - \text{NORMVERT}(1200h; 900h; 100h; 1)$
- Unterschreitungsanteil $p(x < 18,5\%) = \text{NORMVERT}(G_U; \mu; \sigma; \text{WAHR}) = \text{NORMVERT}(18,5\%; 25,1\%; 5,9\%; \text{WAHR}) = 13,16\%$
 - Überschreitungsanteil $p(30\% < x) = 1 - \text{NORMVERT}(G_O; \mu; \sigma; \text{WAHR}) = 1 - \text{NORMVERT}(30\%; 25,1\%; 5,9\%; \text{WAHR}) = 20,313\%$
 - Zwischenanteil $p(24\% < x < 27\%) = 62,629\% - 42,605\% = \text{NORMVERT}(G_O; \mu; \sigma; \text{WAHR}) - \text{NORMVERT}(G_U; \mu; \sigma; \text{WAHR}) = \text{NORMVERT}(27\%; 25,1\%; 5,9\%; \text{WAHR}) - \text{NORMVERT}(24\%; 25,1\%; 5,9\%; \text{WAHR}) = 20,024\%$
 - Ausschlussanteil $p(x < 15\% \cup 30\% < x) = 4,346\% + 0,578\% = \text{NORMVERT}(G_U; \mu; \sigma; \text{WAHR}) + 1 - \text{NORMVERT}(G_O; \mu; \sigma; \text{WAHR}) = \text{NORMVERT}(15\%; 25,1\%; 5,9\%; \text{WAHR}) + 1 - \text{NORMVERT}(40\%; 25,1\%; 5,9\%; \text{WAHR}) = 4,924\%$
- Ausschussanteil $p(x < 3\text{mm} \cup 3,6\text{mm} < x) = \text{NORMVERT}(G_U; \mu; \sigma; \text{WAHR}) + 1 - \text{NORMVERT}(G_O; \mu; \sigma; \text{WAHR}) = 4,7790\% + 0,9815\% = 5,8\%$
- Bei 6- σ liegt die Toleranz mindestens zwischen $G = \mu \pm 3\sigma$. Ich berechne den Ausschussanteil mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$, andere Werte sind möglich.
 - Ausschussanteil $p(x < \mu - 3\sigma \cup \mu + 3\sigma < x) = \text{NORMVERT}(0 - 3 * 1; 0; 1; \text{WAHR}) + 1 - \text{NORMVERT}(0 + 3 * 1; 0; 1; \text{WAHR}) = 0,135\% + 0,135\% = 0,270\%$
 - Ausschussanteil $p(x < \mu - 4\sigma \cup \mu + 4\sigma < x) = \text{NORMVERT}(0 - 4 * 1; 0; 1; \text{WAHR}) + 1 - \text{NORMVERT}(0 + 4 * 1; 0; 1; \text{WAHR}) = 0,0032\% + 0,0032\% = 0,00633\%$
 - Zwischenanteil $p(-1 < x < 1) = \text{NORMVERT}(1; 0; 1; \text{WAHR}) - \text{NORMVERT}(-1; 0; 1; \text{WAHR}) = 84,134\% - 15,865\% = 68,27\%$

¹ Erklärungen siehe Arbeitsblatt

² Ich verwende den G , G_O und G_U für Grenzwerte, weil es Metalltechnikern von Toleranzen her geläufig ist. In der statistischen Literatur gilt: Grenzwerte, unter denen der Anteil p einer Verteilung liegt, heißen Quantil x bzw. p -Quantil x_p .

2 Grenzwerte für vorgegebene Anteile¹

Die Grenzwerte G sind die Umkehrung der Unter²- und Überschreitungsanteile aus Kapitel 1. Sie legen die Grenzen fest, unter (über) denen ein vorgegebener Anteil p einer Verteilung liegt. Eine typische Anwendung ist die nominelle Lebensdauer von Wälzlager: Nach welcher Zeit sind 10% der Wälzlager ausgefallen?

2.1 Härten

Ein über lange Zeit beobachteter Härteprozess von Werkstücken ergab für die Härtewerte folgende Parameter:

$$\begin{aligned}\mu &= 58,0 \text{ HRC} \\ \sigma &= 1,0 \text{ HRC}\end{aligned}$$

Bestimmen Sie den Grenzwert G

- unterhalb dessen der Anteil $p=12\%$ der Fertigung liegt.
- oberhalb dessen der Anteil $p=1,2\%$ der Fertigung liegt.

Bestimmen Sie die (symmetrischen) Grenzwerte G_u und G_o .

- zwischen denen der Anteil $p=60\%$ der Fertigung liegt.
- außerhalb derer der Anteil $p=20\%$ der Fertigung liegt.

2.2 Mindesthaltbarkeit

Wie gesetzlich vorgeschrieben untersucht ein Lebensmittelproduzent, nach welcher Zeit seine Produkte zulässige Grenzwerte überschreiten. Seine Versuchsreihe ist normalverteilt (Parameter siehe rechts).

$$\begin{aligned}\mu &= 1500 \text{ Tage} \\ \sigma &= 300 \text{ Tage}\end{aligned}$$

- Nach welcher Zeit muss das Mindesthaltbarkeitsdatum ablaufen, wenn bis dahin nur 1% der Lebensmittel zulässige Grenzwerte überschreiten dürfen?

2.3 Vorsorgeuntersuchung

Die Körpergröße von Kindern an ihrem 5. Geburtstag ist normalverteilt (siehe rechts). Bei einer Vorsorgeuntersuchung wird als auffällig gewertet, wenn die Körpergröße außerhalb der 95%-Wahrscheinlichkeit liegt.

$$\begin{aligned}\mu &= 110,5 \text{ cm} \\ \sigma &= 4,5 \text{ cm}\end{aligned}$$

- Wie groß sind die Grenzwerte G_u und G_o , innerhalb derer 95% der Kinder liegen?

Lösungen:

Tabellenkalkulationen rechnen Grenzwerte für Unterschreitungsanteile, die anderen Grenzwerte müssen abgeleitet werden (Stand 2009).

2.1 Härten

- Grenzwert G_o ($>p=12\%$) = 56,83 HRC = $\text{NORMINV}(p;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(12\%;\mu;\sigma)$
- Grenzwert G_u ($<p=1,2\%$) = 60,26 HRC = $\text{NORMINV}(1-p;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(98,8\%;\mu;\sigma)$: 98,8% liegen unterhalb der oberen Grenze
- Äußerer Grenzwert G_u ($<p=60\%$) = 57,16 HRC = $\text{NORMINV}((1-p)/2;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(20\%;\mu;\sigma)$: 20% liegen unterhalb der unteren Grenze
Äußerer Grenzwert G_o ($>p=60\%$) = 58,84 HRC = $\text{NORMINV}((1+p)/2;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(80\%;\mu;\sigma)$: 80% liegen unterhalb der oberen Grenze
- Innerer Grenzwert G_u ($>p=20\%/2$) = 56,72 HRC = $\text{NORMINV}(p/2;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(10\%;\mu;\sigma)$: 10% liegen unterhalb der unteren Grenze
Innerer Grenzwert G_o ($<p=20\%/2$) = 59,28 HRC = $\text{NORMINV}(1-p/2;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(90\%;\mu;\sigma)$: 90% liegen unterhalb der oberen Grenze

2.2 Mindesthaltbarkeit

- Oberer Grenzwert G_o ($>p=1\%$) = 802 Tage = $\text{NORMINV}(p;\mu;\sigma)$

2.3 Vorsorgeuntersuchung

- Äußerer Grenzwert G_u ($<p=95\%$) = 101,7 cm = $\text{NORMINV}((1-p)/2;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(2,5\%;\mu;\sigma)$: 2,5% liegen unterhalb der unteren Grenze
Äußerer Grenzwert G_o ($>p=95\%$) = 119,3 cm = $\text{NORMINV}((1+p)/2;\mu;\sigma) = \text{NORMINV}(97,5\%;\mu;\sigma)$: 97,5% liegen unterhalb der oberen Grenze

¹ Erklärungen siehe Arbeitsblatt

² Einige Fachbegriffe: Grenzwerte für Unterschreitungsanteile heißen auch Quantil oder p -Quantil x_p . Eine Perzentile ist eine Quantile mit einem Unterschreitungsanteil, der eine ganzzahlige Prozentzahl beträgt. Eine Quartile ist eine Quantile mit dem Unterschreitungsanteil 25% oder 75%. Der Median ist die Quantile mit dem Unterschreitungsanteil 50%. Die beiden Quartilen und der Median teilen eine Verteilung in 4 Bereiche, die gleich große Mengen enthalten. Mit dem Mittelwert ist der Median i.d.R. nur dann identisch, wenn die Verteilung symmetrisch ist, so wie die Normalverteilung.



3 Maschinen- und Prozessfähigkeit¹

3.1 Drehautomat

Es soll geprüft werden, ob auf einem Drehautomaten die Fertigung von Bolzen DIN 1445 - 10h11x30 mit 6- σ beherrscht wird. Um Kosten zu sparen, beginnt man mit der Maschinenfähigkeitsuntersuchung, fertigt eine kleine Stückzahl unter idealen Bedingungen, misst die Teile und ermittelt die rechts stehenden Parameter:

- Ermitteln Sie den Maschinenfähigkeitsindex c_m .
- Ermitteln Sie den kritischen Maschinenfähigkeitsindex c_{mk} .
- Ist der Prozess fähig für 6- σ ?
- Ist es sinnvoll, die Untersuchung weiterzuführen?

Toleranz:

$$G_o = 10,000 \text{ mm}$$

$$G_u = 9,910 \text{ mm}$$

bei 6- σ -Fertigung

Maschinenfähigkeit
Testergebnis:

$$s_m = 9,0 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\bar{x}_m = 9,950 \text{ mm}$$

Da die Maschinenfähigkeitsuntersuchung die erforderlichen Werte erreicht, wird mit einer Prozessfähigkeitsuntersuchung fortgesetzt. Dabei fertigt man eine größere Serie unter realen Bedingungen und ermittelt die neuen Parameter.

- Ermitteln Sie den Prozessfähigkeitsindex c_p .
- Ermitteln Sie den kritischen Prozessfähigkeitsindex c_{pk} .
- Ist der Prozess beherrscht für 6- σ ?
- Würden die Werte auch für 8- σ genügen?
- Was müsste in der Fertigung geändert werden, um 8- σ erreichen?
- In welchem Bereich darf der Mittelwert der Fertigung schwanken, um 8- σ zu erfüllen?

Prozessfähigkeit
Testergebnis:

$$s_p = 10,0 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\bar{x}_p = 9,945 \text{ mm}$$

3.2 Schleifmaschine

Eine Schleifmaschine fertigt seit längerer Zeit Zylinderstifte $\varnothing 6\text{m}6$, die Fertigung ist normalverteilt (Parameter siehe rechts). Ein Kunde, der nach einer Lieferung fragt, verlangt eine 6- σ -Fertigung.

Fertigung:

$$\sigma = 1,0 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\mu = 6,007 \text{ mm}$$

- Ermitteln Sie den Prozessfähigkeitsindex c_p .
- Ermitteln Sie den kritischen Prozessfähigkeitsindex c_{pk} .
- Kann die Forderung des Kunden erfüllt werden?
- Würden die Werte auch für 8- σ genügen?
- Was müsste in der Fertigung geändert werden, um 8- σ erreichen?
- In welchem Bereich darf der Mittelwert der Fertigung schwanken, um 6- σ zu erfüllen?

Toleranz:

$$G_u = 6,004 \text{ mm}$$

$$G_o = 6,012 \text{ mm}$$

Kunde verlangt 6- σ

Lösungen:

In der Schreibweise von Tabellenkalkulationen.

3.1 Drehautomat

- Maschinenfähigkeitsindex $c_m = (G_o - G_u)/(6 * s) = (10 - 9,910)\text{mm} / (6 * 0,009\text{mm}) = 1,667$
- Kritischer Maschinenfähigkeitsindex $c_{mk} = \text{Min}(G_o - \bar{x}; \bar{x} - G_u)/(3 * s) = (9,950 - 9,910)\text{mm} / (3 * 0,009\text{mm}) = 1,481$
- Der Prozess ist fähig (maschinenfähig), da c_m bzw. $c_{mk} > 1,00$ sind (Der Wert gilt für 6- σ)
- Die Untersuchung kann fortgeführt werden, da c_m bzw. $c_{mk} > 1,33$ sind (Eine Stufe höher als für die Prozessfähigkeit erforderlich).
- Prozessfähigkeitsindex $c_p = (G_o - G_u)/(6 * s) = (10 - 9,910)\text{mm} / (6 * 0,010\text{mm}) = 1,500$
- Kritischer Prozessfähigkeitsindex $c_{pk} = \text{Min}(G_o - \bar{x}; \bar{x} - G_u)/(3 * s) = (9,945 - 9,910)\text{mm} / (3 * 0,010\text{mm}) = 1,167$
- Der Prozess ist beherrscht (prozessfähig), da c_p bzw. $c_{pk} > 1,00$ sind (Der Wert gilt für 6- σ)
- Der Prozessfähigkeitsindex $c_p = 1,500 > 1,33$ würde ausreichen, aber der kritische Prozessfähigkeitsindex $c_{pk} = 1,167 < 1,33$ ist zu klein.
- Da der Prozessfähigkeitsindex $c_p = 1,500 > 1,33$ ausreicht, genügt es, die Fertigung zu zentrieren.
- Für 8- σ muss der Mittelwert \bar{x} der Fertigung mindestens 4 σ Abstand von den Toleranzgrenzen halten.

$$\bar{x}_{\min} = G_u + 4 * s = 9,910 \text{ mm} + 4 * 0,010 \text{ mm} = 9,950 \text{ mm}$$

$$\bar{x}_{\max} = G_o - 4 * s = 10,000 \text{ mm} - 4 * 0,010 \text{ mm} = 9,960 \text{ mm}$$

3.2 Schleifmaschine

- Prozessfähigkeitsindex $c_p = (G_o - G_u)/(6 * s) = (6,012 - 6,004)\text{mm} / (6 * 0,001\text{mm}) = 1,33$
- Kritischer Prozessfähigkeitsindex $c_{pk} = \text{Min}(G_o - \bar{x}; \bar{x} - G_u)/(3 * s) = (6,007 - 6,004)\text{mm} / (3 * 0,001\text{mm}) = 1,00$
- Der Prozess ist beherrscht (prozessfähig) für 6- σ , da $c_p > 1,33$ ist. Da $c_{pk} = 1,00$ knapp ist, sollte die Fertigung zentriert werden.
- Der Prozessfähigkeitsindex $c_p = 1,33$ würde theoretisch ausreichen, aber der kritische Prozessfähigkeitsindex $c_{pk} = 1,00 < 1,33$ ist zu klein.
- Da $c_p = 1,33$ gerade an der Grenze liegt, sollte die Fertigung nicht nur zentriert, sondern auch ihre Streuung verringert werden.
- Für 6- σ muss der Mittelwert \bar{x} der Fertigung mindestens 3 σ Abstand von den Toleranzgrenzen halten.

$$\bar{x}_{\min} = G_u + 3 * s = 6,004 \text{ mm} + 3 * 0,001 \text{ mm} = 6,007 \text{ mm}$$

$$\bar{x}_{\max} = G_o - 3 * s = 6,012 \text{ mm} - 3 * 0,001 \text{ mm} = 6,009 \text{ mm}$$

¹ Erklärungen siehe Arbeitsblatt

3.3 Buchsen aus Sintermetall

Für eine Anfrage nach Buchsen $\varnothing 30G7$ wurde eine Prozessfähigkeitsuntersuchung durchgeführt und die rechts stehenden Werte ermittelt.

$$s = 2,25 \mu\text{m}$$

$$\bar{x} = 30,018 \text{ mm}$$

Der Kunde verlangt eine $8\text{-}\sigma$ -Fertigung.

- Reicht die Streuung der Maschine aus?
- Wie liegt die Probe als Normalverteilung im Toleranzfeld ? (Skizze)
- Entspricht die Probe der Forderung?
- Würde die Probe auch für 10 Sigma genügen?
- Was muss geändert werden, damit die Fertigung auch 10 Sigma erreicht?

3.4 Ventile

Eine Ventil-Fertigung soll auf einen neuen Werkstoff umgestellt werden. Um festzustellen, ob die neue Fertigung beherrscht ist, wird eine Prozessfähigkeitsuntersuchung für den Schaft $\varnothing 10 \pm 0,02$ durchgeführt.

$$s = 0,004 \text{ mm}$$

$$\bar{x} = 10,005 \text{ mm}$$

- Ermitteln Sie die Indizes für die Prozessfähigkeit und die kritische Prozessfähigkeit.
- Beurteilen Sie die Prozessfähigkeit, wenn $c_p > 1,66$ und $c_{pk} > 1,33$ gefordert ist.

3.5 Entwurf

Aus einer Fertigung von $\varnothing 120h9$ wurde eine Stichprobe entnommen, gemessen und die rechts stehenden Werte ermittelt.

$$s = 9,6 \mu\text{m}$$

$$\bar{x} = 119,960 \text{ mm}$$

- Reicht die Streuung der Maschine aus? (Qualitätsanforderung 8s)
- In welchem Bereich muss der Mittelwert der Fertigung liegen?
- Berechnen Sie die Prozessfähigkeit.

Lösungen:

3.3 Buchsen aus Sintermetall

Das Maß $\varnothing 30G7$ hat die Abmaße $ES = 28 \mu\text{m}$ und $EI = 7 \mu\text{m}$ bzw. die Grenzmaße $G_o = 30,028 \text{ mm}$ und $G_u = 30,007 \text{ mm}$

$$a) c_p = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{ES - EI}{6 \cdot s} = \frac{28 \mu\text{m} - 7 \mu\text{m}}{6 \cdot 2,25 \mu\text{m}} = 1,55 \text{ reicht aus, da größer } 1,33 \text{ (für } 8 \text{ Sigma). b) näher an der oberen Toleranzgrenze } 30,028 \text{ mm.}$$

$$c) c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{(30,028 - 30,018) \text{ mm}}{3 \cdot 2,25 \mu\text{m}} = 1,48 \text{ reicht auch; d) Nein, da } c_{pk} < 1,66; \text{ e) Streuung verringern: } s < \frac{T}{6 \cdot c_{erf}} = \frac{ES - EI}{6 \cdot 1,66} = \frac{28 - 7}{10} = 2,1 \mu\text{m}$$

3.4 Ventile

$$a) c_p = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{es - ei}{6 \cdot s} = \frac{0,02 \text{ mm} - (-0,02 \text{ mm})}{6 \cdot 0,004 \text{ mm}} = 1,67 ; \quad c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{(10,02 - 10,005) \text{ mm}}{3 \cdot 0,004 \text{ mm}} = 1,25$$

b) c_p ist nur knapp erreicht, c_{pk} gar nicht. Der Prozess muss zentriert werden.

3.5 Entwurf

$$a) c_p = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{es - ei}{6 \cdot s} = \frac{0 - (-87 \mu\text{m})}{6 \cdot 9,6 \mu\text{m}} = 1,51 > 1,33 \text{ reicht für } 6 \text{ Sigma. c) } c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{(120 - 119,960) \text{ mm}}{3 \cdot 9,6 \mu\text{m}} = 1,38$$

$$b) c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} \rightarrow \Delta_{krit} = c_{kerf} \cdot 3 \cdot s = 1,33 \cdot 3 \cdot 9,6 \mu\text{m} = 38,4 \mu\text{m} \text{ ist der Mindestabstand zu den Toleranzgrenzen } (119,952 \text{ mm} < \mu < 119,961 \text{ mm})$$



4 Messreihen auswerten¹

Berechnen Sie für die folgenden Messreihen

a) Mittelwert \bar{x}

b) Standardabweichung s

c) Fähigkeitsindex c_m bzw. c_p

d) Kritischer Fähigkeitsindex c_{km} bzw. c_{pk}

e) Interpretieren Sie das Ergebnis

Lagerbuchse, gefordert sind 6- σ für $\varnothing 33H8$

4.1 Maschinenfähigkeitsuntersuchung² $n = 50$

33,02	33,01	33,02	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,01	33,03
33,02	33,02	33,03	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,03
33,02	33,02	33,03	33,03	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,01
33,02	33,02	33,02	33,03	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,02
33,02	33,02	33,01	33,02	33,02

Zylinderstift, gefordert sind 8- σ für $\varnothing 4m6$

4.3 Maschinenfähigkeitsuntersuchung⁴ $n = 50$

4,006	4,008	4,007	4,007	4,007
4,009	4,008	4,007	4,007	4,007
4,008	4,008	4,007	4,007	4,007
4,006	4,008	4,008	4,008	4,007
4,008	4,007	4,007	4,009	4,007
4,007	4,007	4,007	4,007	4,007
4,009	4,008	4,009	4,008	4,007
4,007	4,007	4,008	4,008	4,007
4,008	4,008	4,008	4,008	4,007
4,007	4,006	4,009	4,008	4,008

4.2 Prozessfähigkeitsuntersuchung³ $n = 125$

33,01	33,02	33,02	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,01
33,03	33,02	33,02	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,04
33,02	33,02	33,01	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,01	33,02
33,02	33,02	33,03	33,02	33,03
33,02	33,01	33,02	33,01	33,02
33,02	33,02	33,02	33,01	33,01
33,02	33,02	33,03	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,03	33,01
33,02	33,02	33,01	33,02	33,02
33,01	33,03	33,02	33,03	33,01
33,02	33,02	33,03	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,02
33,02	33,01	33,01	33,02	33,02
33,02	33,02	33,02	33,02	33,01
33,02	33,02	33,02	33,02	33,01
33,02	33,02	33,01	33,02	33,02
33,03	33,02	33,01	33,02	33,02
33,03	33,02	33,02	33,02	33,01
33,01	33,02	33,01	33,02	33,02
33,01	33,03	33,02	33,02	33,02
33,02	33,03	33,02	33,01	33,02

4.4 Prozessfähigkeitsuntersuchung⁵ $n = 125$

4,008	4,008	4,007	4,007	4,006
4,008	4,008	4,008	4,007	4,008
4,007	4,007	4,007	4,008	4,007
4,008	4,007	4,009	4,007	4,008
4,007	4,007	4,008	4,008	4,008
4,008	4,007	4,009	4,007	4,007
4,008	4,007	4,007	4,007	4,008
4,007	4,006	4,008	4,007	4,008
4,008	4,007	4,006	4,007	4,006
4,007	4,008	4,009	4,007	4,007
4,007	4,008	4,007	4,007	4,009
4,005	4,008	4,006	4,008	4,008
4,007	4,008	4,006	4,008	4,007
4,008	4,008	4,009	4,007	4,008
4,008	4,008	4,006	4,007	4,007
4,007	4,008	4,007	4,007	4,007
4,006	4,008	4,007	4,007	4,007
4,008	4,008	4,007	4,007	4,006
4,007	4,007	4,006	4,008	4,006
4,008	4,008	4,007	4,008	4,008
4,007	4,008	4,008	4,007	4,007
4,006	4,007	4,007	4,008	4,007
4,009	4,007	4,005	4,009	4,009
4,007	4,006	4,006	4,007	4,007
4,008	4,008	4,008	4,007	4,008

¹ Erklärungen siehe Arbeitsblatt

² a) $\bar{x}=33,02040$ mm b) $s = 4,499$ μm c) $c_m = \frac{33039 - 33000}{6 \cdot 4,499} = 1,44$ d) $c_{mk} = \frac{33039 - 33020,4}{3 \cdot 4,499} = 1,38$ e) $c_{mk} > 1,33$ reicht aus für 6- σ .

³ a) $\bar{x}=33,01928$ mm b) $s = 5,561$ μm c) $c_p = \frac{39 - 0}{6 \cdot 5,561} = 1,169$ d) $c_{pk} = \frac{19,28 - 0}{3 \cdot 5,561} = 1,156$ e) $c_{pk} > 1,0$ reicht aus für 6- σ

⁴ a) $\bar{x}=4,00750$ mm b) $s = 0,7626$ μm c) $c_m = \frac{12 - 4}{6 \cdot 0,7626} = 1,748$ d) $c_{mk} = \frac{7,5 - 4}{3 \cdot 0,7626} = 1,530$ e) $c_m > 1,66$ reicht, c_{mk} reicht nicht \rightarrow zentrieren

⁵ a) $\bar{x}=4,00736$ mm b) $s = 0,827$ μm c) $c_p = \frac{12 - 4}{6 \cdot 0,827} = 1,612$ d) $c_{pk} = \frac{7,36 - 4}{3 \cdot 0,827} = 1,354$ e) $c_{pk} > 1,33$ reicht gerade aus für 8- σ

5 Grenzwerte für \bar{x} -s-Qualitätsregelkarten¹

- 5.1 Die Fertigung der Lagerbuchsen $\varnothing 33H8$ aus Aufgabe 4.2 soll mit \bar{x} -s-Regelkarten überwacht werden. Vorgesehen sind stündliche Stichproben vom Umfang $n = 5$. Die Grenzen der Regelkarten sollen mit den Daten der Prozessfähigkeitsuntersuchung berechnet werden (siehe rechts).
Ermitteln Sie²

$$\begin{aligned}\mu &= 33,019 \text{ mm} \\ \sigma &= 5,561 \text{ } \mu\text{m} \\ n &= 5\end{aligned}$$

- Obere Eingriffsgrenze für die Mittelwertspur OEG (\bar{x})
- Obere Warngrenze für die Mittelwertspur OWG (\bar{x})
- Mittellinie für die Mittelwertspur M (\bar{x})
- Untere Warngrenze für die Mittelwertspur UWG (\bar{x})
- Untere Eingriffsgrenze für die Mittelwertspur UEG (\bar{x})
- Obere Eingriffsgrenze für die Standardabweichungsspur OEG (s)
- Obere Warngrenze für die Standardabweichungsspur OWG (s)
- Mittellinie für die Standardabweichungsspur M (s)
- Untere Warngrenze für die Standardabweichungsspur UWG (s)
- Untere Eingriffsgrenze für die Standardabweichungsspur UEG (s)
- Skizzieren Sie die Regelkarten

- 5.2 Ermitteln Sie die Grenzen von \bar{x} -s-Regelkarten für den Stichprobenumfang $n = 10$ auf der Grundlage der Prozessfähigkeitsuntersuchung der Zylinderstifte $\varnothing 4m6$ (Aufgabe 4.4).³

$$\begin{aligned}\mu &= 4,008 \text{ mm} \\ \sigma &= 0,827 \text{ } \mu\text{m} \\ n &= 10\end{aligned}$$

	OEG	OWG	M	UWG	UEG
Mittelwertspur \bar{x}	a)	b)	c)	d)	e)
Standardabweichungsspur s	f)	g)	h)	i)	j)

5.3 Noch ein paar Gemeinheiten -- äh -- Verständnisfragen

- a) Für die Lagerbuchsen (Aufgabe 4.2) sind 6- σ gefordert, für die Zylinderstifte (Aufgabe 4.4) 8- σ . Das bedeutet doch, dass die Toleranz bei den Zylinderstiften weniger ausgenutzt werden darf als bei den Lagerbuchsen. Warum werden in beiden Fällen die Grenzen der Regelkarte nach den gleichen Formeln berechnet?⁴

¹ Erklärungen siehe Arbeitsblatt

² In der Schreibweise von Tabellenkalkulationen

- $OWG(\bar{x}) = \mu + \text{Konfidenz}(1\%; \sigma; n) = 33,0195 \text{ mm} + \text{Konfidenz}(1\%; 5,561 \mu\text{m}; 5) = 33,0259 \text{ mm}$
- $OEG(\bar{x}) = \mu + \text{Konfidenz}(5\%; \sigma; n) = 33,0195 \text{ mm} + \text{Konfidenz}(5\%; 5,561 \mu\text{m}; 5) = 33,0244 \text{ mm}$
- $M(\bar{x}) = \mu = 33,0195 \text{ mm}$
- $OWG(\bar{x}) = \mu - \text{Konfidenz}(5\%; \sigma; n) = 33,0195 \text{ mm} - \text{Konfidenz}(5\%; 5,561 \mu\text{m}; 5) = 33,0146 \text{ mm}$
- $OWG(\bar{x}) = \mu - \text{Konfidenz}(1\%; \sigma; n) = 33,0195 \text{ mm} - \text{Konfidenz}(1\%; 5,561 \mu\text{m}; 5) = 33,0131 \text{ mm}$
- $OWG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(0,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 5,561 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(0,5\%; 5 - 1))/(5 - 1)) = 10,719 \mu\text{m}$
- $OEG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(2,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 5,561 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(2,5\%; 5 - 1))/(5 - 1)) = 9,282 \mu\text{m}$
- $OWG(s) = \sigma * 0,940$ (aus Tabelle) $= 5,561 \mu\text{m} * 0,940 = 5,227 \mu\text{m}$
- $OWG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(97,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 5,561 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(97,5\%; 5 - 1))/(5 - 1)) = 1,935 \mu\text{m}$
- $OWG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(99,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 5,561 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(99,5\%; 5 - 1))/(5 - 1)) = 1,265 \mu\text{m}$

³ In der Schreibweise von Tabellenkalkulationen

- $OWG(\bar{x}) = \mu + \text{Konfidenz}(1\%; \sigma; n) = 4,008 \text{ mm} + \text{Konfidenz}(1\%; 0,827 \mu\text{m}; 10) = 4,008674 \text{ mm}$
- $OEG(\bar{x}) = \mu + \text{Konfidenz}(5\%; \sigma; n) = 4,008 \text{ mm} + \text{Konfidenz}(5\%; 0,827 \mu\text{m}; 10) = 4,008513 \text{ mm}$
- $M(\bar{x}) = \mu = 4,008 \text{ mm}$
- $OWG(\bar{x}) = \mu - \text{Konfidenz}(5\%; \sigma; n) = 4,008 \text{ mm} - \text{Konfidenz}(5\%; 0,827 \mu\text{m}; 10) = 4,007487 \text{ mm}$
- $OWG(\bar{x}) = \mu - \text{Konfidenz}(1\%; \sigma; n) = 4,008 \text{ mm} - \text{Konfidenz}(1\%; 0,827 \mu\text{m}; 10) = 4,007326 \text{ mm}$
- $OWG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(0,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 0,827 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(0,5\%; 10 - 1))/(10 - 1)) = 1,339 \mu\text{m}$
- $OEG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(2,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 0,827 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(2,5\%; 10 - 1))/(10 - 1)) = 1,202 \mu\text{m}$
- $OWG(s) = \sigma * 0,973$ (aus Tabelle) $= 0,827 \mu\text{m} * 0,973 = 0,805 \mu\text{m}$
- $OWG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(97,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 0,827 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(97,5\%; 10 - 1))/(10 - 1)) = 0,453 \mu\text{m}$
- $OWG(s) = \sigma * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(99,5\%; n - 1))/(n - 1)) = 0,827 \mu\text{m} * \text{WURZEL}((\text{ChiInv}(99,5\%; 10 - 1))/(10 - 1)) = 0,363 \mu\text{m}$

⁴ Die engeren Grenzen, die bei 8- σ erforderlich sind, ergeben sich daraus, dass bei 8- σ die Streuung σ kleiner sein muss als bei 6- σ .



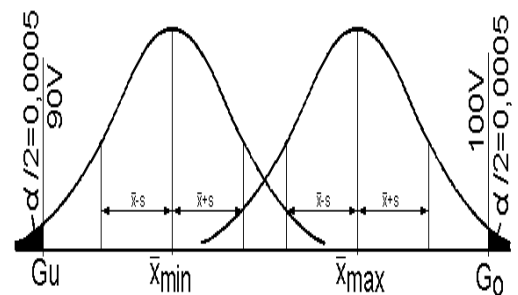
- 6 Grenzwerte für \bar{x} -R-Qualitätsregelkarten¹
- 7 Stichproben auswerten, in Regelkarten eintragen und beurteilen²
- 8 Histogramme erstellen
- 9 Histogramme im W-Netz auswerten
- 10 Entwürfe

10.1 Aufgabe

Die Sperrspannung einer Diode ist normalverteilt mit $\sigma = 0,8V$:
Der Hersteller der Dioden kann die Standardabweichung kaum beeinflussen, wohl aber den Mittelwert.

G_{min} 90V
 G_{max} 100V

- a) In welchem Bereich muss der Mittelwert \bar{x} der Sperrspannung liegen, damit der Ausschuss durch Sperrspannungsfehler kleiner als 0,1% ist?³



10.2 Anthropometrie

Gliederung der Bevölkerung nach DIN 33402-1 und DIN 33402-2 (Klein, Einführung in die DIN-Normen S.85). Sie suchen die Größenverteilung der Bevölkerung im Internet und finden nur folgende Angaben:

Der 50-Prozent-Mann wiegt 78kg und ist 175 cm groß.

Der 95-Prozent-Mann wiegt 101kg und ist 188 cm groß

- a) Wie groß ist die Standardabweichung von Gewicht und Größe bei Männern?
- b) dito Frauen
- c) Auf welcher Perzentile liegen Sie?

¹ Erklärungen siehe Arbeitsblatt

² Erklärungen siehe Arbeitsblatt

³ zwischen 92,6V $u_{un} = -u = \frac{90V - \bar{x}_{min}}{s} \Rightarrow \bar{x}_{min} = 90V + 3,2905 \cdot 0,8V = 92,6V$

und 97,4V $u_{ob} = +u = \frac{100V - \bar{x}_{max}}{s} \Rightarrow \bar{x}_{max} = 100V - 3,2905 \cdot 0,8V = 97,4V$