# 1 Unter- und Überschreitungsanteile[1]

Ein (Grenz-)Unterschreitungsanteil ist der Anteil p einer Verteilung, der unter einem bestimmten Grenzwert G liegt[2], während ein (Grenz-)Überschreitungsanteil über einem Grenzwert G liegt. Typisches Beispiel sind Ausschussanteile, also die Anteile einer Fertigung, die unterhalb oder überhalb der Toleranzgrenzen liegen.

## 1.1 Leuchtstoffröhren

Die Brenndauer von Leuchtstoffröhren ist normalverteilt, die Parameter stehen rechts:

$\mu =$ 900 h
$\sigma =$ 100 h

Bestimmen Sie die Anteile für Lampen, die

a) weniger als 650h brennen
b) länger als 1200h brennen
c) zwischen 750 und 1100h lang brennen
d) weniger als 800h oder länger als 1200h brennen

## 1.2 Fettanteil

Eine Stichprobe der Bevölkerung wurde nach gesundheitlichen Gesichtspunkten untersucht. Für die Gruppe der 30..39jährigen ist der Anteil des Fettes an der Körpermasse rechts angegeben.

$\mu =$ 25,1 %
$\sigma =$ 5,9 %

Wie groß ist der Anteil Personen dieser Gruppe

a) mit weniger als 18,5% Fettanteil?
b) mit mehr als 30% Fettanteil?
c) zwischen 24 und 27% Fettanteil?
d) mit weniger als 15% oder mehr als 40% Fettanteil?

## 1.3 Distanzscheiben

Die Dicke von Distanzplättchen ist normalverteilt, Werte siehe rechts. Ein Kunde fragt an, ob Unterlagscheiben innerhalb der folgenden Toleranz geliefert werden können:

a) Wie viel Prozent seiner Fertigung muss er aussortieren, wenn er diesen Kunden beliefern möchte?

Werte der Fertigung:
$\mu =$ 3,25 mm
$\sigma =$ 0,15 mm

Forderung:
$x_{unten} =$ 3,00 mm
$x_{oben} =$ 3,60 mm

## 1.4 Ausschuss- und Gutanteile

a) Wie groß ist der Ausschussanteil einer 6-σ-Fertigung?
b) Wie groß ist der Ausschussanteil einer 8-σ-Fertigung?
c) Welcher Anteil einer Normalverteilung liegt im Bereich Mittelwert ±1 Standardabweichung?

## Lösungen:

Tabellenkalkulationen berechnen direkt nur den Unterschreitungsanteil (Stand 2009), die anderen Anteile müssen daraus abgeleitet werden:

1.1 a) Unterschreitungsanteil p(x<650h) = 0,62097% =NormVert(x;μ;σ;WAHR) =NormVert(650h; 900h; 100h; 1)
b) Überschreitungsanteil p(1200h<x) = 0,13499% = 1-NormVert(x;μ;σ;WAHR)= 1-NormVert(1200h; 900h; 100h; 1)
c) Zwischenanteil p(750h<x<1100h) = 91,044% = 99,8650% - 6,6807% = NormVert(1100h; 900h; 100h; 1) – NormVert(750h; 900h; 100h; 1)
d) Ausschussanteil p(x<800h∪1200h<x) = 16,0% = 15,866% + 0,13499% = NormVert(800h;900h;100h;1) + 1 – NormVert(1200h;900h;100h;1)

1.2 a) Unterschreitungsanteil p(x<18,5%) = NormVert($G_U$;μ;σ;WAHR) =NormVert(18,5% ;25,1% ;5,9% ;WAHR) = 13,16%
b) Überschreitungsanteil p(30%<x) = 1-NormVert($G_O$;μ;σ;WAHR) = 1-NormVert(30% ;25,1% ;5,9% ;WAHR) = 20,313%
c) Zwischenanteil p(24%<x<27%) = 62,629% - 42,605% = NormVert($G_O$;μ;σ;WAHR) - NormVert($G_U$ ;μ;σ;WAHR)
= NormVert(27% ;25,1% ;5,9%; WAHR) - NormVert(24% ;25,1% ;5,9% ;WAHR) = 20,024%
d) Ausschlussanteil p(x<15%∪30%<x) = 4,346% + 0,578% = NormVert($G_U$;μ;σ;WAHR) + 1 - NormVert($G_O$;μ;σ;WAHR)
= NormVert(15% ;25,1% ;5,9% ;WAHR) + 1 - NormVert(40% ;25,1% ;5,9% ;WAHR) = 4,924%

1.3 a) Ausschussanteil p(x<3mm∪3,6mm<x)= NormVert($G_U$;μ;σ;WAHR) + 1 - NormVert($G_O$ ;μ;σ;WAHR) = 4,7790% + 0,9815% = 5,8%

1.4 Bei 6–σ liegt die Toleranz mindestens zwischen G=μ±3*σ. Ich berechne den Ausschussanteil mit μ=0 und σ=1, andere Werte sind möglich.
a) Ausschussanteil p(x<μ-3*σ∪μ+3*σ<x) = NormVert(0-3*1;0;1;WAHR) + 1- NormVert(0+3*1;0;1;WAHR) = 0,135% + 0,135% = 0,270%
b) Ausschussanteil p(x<μ-4*σ∪μ+4*σ<x) = NormVert(0-4*1;0;1;WAHR) + 1- NormVert(0+4*1;0;1;WAHR) = 0,0032% + 0,0032% = 0,00633%
c) Zwischenanteil p(-1<x<1) = NormVert(1; 0; 1; WAHR) - NormVert(-1 ;0 ;1 ;WAHR) = 84,134% - 15,865% = 68,27%

---

[1] Erklärungen siehe Arbeitsblatt .....

[2] Ich verwende den G, $G_O$ und $G_U$ für Grenzwerte, weil es Metalltechnikern von Toleranzen her geläufig ist. In der statistischen Literatur gilt: Grenzwerte, unter denen der Anteil p einer Verteilung liegt, heißen Quantil x bzw. p-Quantil $x_p$.

# 2 Grenzwerte für vorgegebene Anteile[1]

Die Grenzwerte G sind die Umkehrung der Unter[2]- und Überschreitungsanteile aus Kapitel 1. Sie legen die Grenzen fest, unter (über) denen ein vorgegebener Anteil p einer Verteilung liegt. Eine typische Anwendung ist die nominelle Lebensdauer von Wälzlager: Nach welcher Zeit sind 10% der Wälzlager ausgefallen?

## 2.1 Härten

Ein über lange Zeit beobachteter Härteprozess von Werkstücken ergab für die Härtewerte folgende Parameter:

$\mu$ = 58,0 HRC
$\sigma$ = 1,0 HRC

Bestimmen Sie den Grenzwert G
a) unterhalb dessen der Anteil p=12% der Fertigung liegt.
b) oberhalb dessen der Anteil p=1,2% der Fertigung liegt.

Bestimmen Sie die (symmetrischen) Grenzwerte $G_u$ und $G_o$
c) zwischen denen der Anteil p=60% der Fertigung liegt.
d) außerhalb derer der Anteil p=20% der Fertigung liegt.

## 2.2 Mindesthaltbarkeit

Wie gesetzlich vorgeschrieben untersucht ein Lebensmittelproduzent, nach welcher Zeit seine Produkte zulässige Grenzwerte überschreiten. Seine Versuchsreihe ist normalverteilt (Parameter siehe rechts).

$\mu$ = 1500 Tage
$\sigma$ = 300 Tage

a) Nach welcher Zeit muss das Mindesthaltbarkeitsdatum ablaufen, wenn bis dahin nur 1% der Lebensmittel zulässige Grenzwerte überschreiten dürfen?

## 2.3 Vorsorgeuntersuchung

Die Körpergröße von Kindern an ihrem 5. Geburtstag ist normalverteilt (siehe rechts). Bei einer Vorsorgeuntersuchung wird als auffällig gewertet, wenn die Körpergröße außerhalb der 95%-Wahrscheinlichkeit liegt.

$\mu$ = 110,5 cm
$\sigma$ = 4,5 cm

a) Wie groß sind die Grenzwerte $G_u$ und $G_o$, innerhalb derer 95% der Kinder liegen?

## Lösungen:

Tabellenkalkulationen rechnen Grenzwerte für Unterschreitungsanteile, die anderen Grenzwerte müssen abgeleitet werden (Stand 2009).

2.1 Härten
a) Grenzwert $G_O$ (>p=12%) = 56,83 HRC = NormInv(p;μ;σ) = NormInv(12%;μ;σ)
b) Grenzwert $G_U$ (<p=1,2%) = 60,26 HRC = NormInv(1-p;μ;σ) = NormInv(98,8%;μ;σ): 98,8% liegen unterhalb der oberen Grenze
c) Äußerer Grenzwert $G_U$ (<p=60%) = 57,16 HRC = NormInv((1-p)/2;μ;σ) = NormInv(20%;μ;σ): 20% liegen unterhalb der unteren Grenze
Äußerer Grenzwert $G_O$ (>p=60%) = 58,84 HRC = NormInv((1+p)/2;μ;σ) = NormInv(80%;μ;σ): 80% liegen unterhalb der oberen Grenze
d) Innerer Grenzwert $G_U$ (>p=20%/2) = 56,72 HRC = NormInv(p/2;μ;σ) = NormInv(10%;μ;σ): 10% liegen unterhalb der unteren Grenze
Innerer Grenzwert $G_O$ (<p=20%/2) = 59,28 HRC = NormInv(1-p/2;μ;σ) = NormInv(90%;μ;σ): 90% liegen unterhalb der oberen Grenze

2.2 Mindesthaltbarkeit
a) Oberer Grenzwert $G_O$ (>p=1%) = 802 Tage = NormInv(p;μ;σ)

2.3 Vorsorgeuntersuchung
a) Äußerer Grenzwert $G_U$ (<p=95%) = 101,7 cm = NormInv((1-p)/2;μ;σ) = NormInv(2,5%;μ;σ): 2,5% liegen unterhalb der unteren Grenze
Äußerer Grenzwert $G_O$ (>p=95%) = 119,3 cm = NormInv((1+p)/2;μ;σ) = NormInv(97,5%;μ;σ): 97,5% liegen unterhalb der oberen Grenze

---

[1] Erklärungen siehe Arbeitsblatt .....

[2] Einige Fachbegriffe: Grenzwerte für Unterschreitungsanteile heißen auch Quantil oder p-Quantil $x_p$. Eine Perzentile ist eine Quantile mit einem Unterschreitungsanteil, der eine ganzzahlige Prozentzahl beträgt. Eine Quartile ist eine Quantile mit dem Unterschreitungsanteil 25% oder 75%. Der Median ist die Quantile mit dem Unterschreitungsanteil 50%. Die beiden Quartilen und der Median teilen eine Verteilung in 4 Bereiche, die gleich große Mengen enthalten. Mit dem Mittelwert ist der Median i.d.R. nur dann identisch, wenn die Verteilung symmetrisch ist, so wie die Normalverteilung.

# 3 Maschinen- und Prozessfähigkeit[1]

## 3.1 Drehautomat

Es soll geprüft werden, ob auf einem Drehautomaten die Fertigung von Bolzen DIN 1445 - 10h11x30 mit 6-σ beherrscht wird. Um Kosten zu sparen, beginnt man mit der Maschinenfähigkeitsuntersuchung, fertigt eine kleine Stückzahl unter idealen Bedingungen, misst die Teile und ermittelt die rechts stehenden Parameter:

a) Ermitteln Sie den Maschinenfähigkeitsindex $c_m$.
b) Ermitteln Sie den kritischen Maschinenfähigkeitsindex $c_{mk}$.
c) Ist der Prozess fähig für 6-σ ?
d) Ist es sinnvoll, die Untersuchung weiterzuführen?

Toleranz:
$G_o$ = 10,000 mm
$G_u$ = 9,910 mm
bei 6-σ-Fertigung

Maschinenfähigkeit Testergebnis:
$s_m$ = 9,0 µm
$\bar{x}_m$ = 9,950 mm

Da die Maschinenfähigkeitsuntersuchung die erforderlichen Werte erreicht, wird mit einer Prozessfähigkeitsuntersuchung fortgesetzt. Dabei fertigt man eine größere Serie unter realen Bedingungen und ermittelt die neuen Parameter.

e) Ermitteln Sie den Prozessfähigkeitsindex $c_p$.
f) Ermitteln Sie den kritischen Prozessfähigkeitsindex $c_{pk}$.
g) Ist der Prozess beherrscht für 6-σ ?
h) Würden die Werte auch für 8-σ genügen?
i) Was müsste in der Fertigung geändert werden, um 8-σ erreichen?
j) In welchem Bereich darf der Mittelwert der Fertigung schwanken, um 8-σ zu erfüllen?

Prozessfähigkeit Testergebnis:
$s_p$ = 10,0 µm
$\bar{x}_p$ = 9,945 mm

## 3.2 Schleifmaschine

Eine Schleifmaschine fertigt seit längerer Zeit Zylinderstifte ∅6m6, die Fertigung ist normalverteilt (Parameter siehe rechts). Ein Kunde, der nach einer Lieferung fragt, verlangt eine 6-σ-Fertigung.

a) Ermitteln Sie den Prozessfähigkeitsindex $c_p$.
b) Ermitteln Sie den kritischen Prozessfähigkeitsindex $c_{pk}$.
c) Kann die Forderung des Kunden erfüllt werden?
d) Würden die Werte auch für 8-σ genügen?
e) Was müsste in der Fertigung geändert werden, um 8-σ erreichen?
f) In welchem Bereich darf der Mittelwert der Fertigung schwanken, um 6-σ zu erfüllen?

Fertigung:
σ = 0,9 µm
µ = 6,007 mm

Toleranz:
$G_u$ = 6,004 mm
$G_o$ = 6,012 mm
Kunde verlangt 6-σ

## Lösungen:

In der Schreibweise von Tabellenkalkulationen.

### 3.1 Drehautomat

a) Maschinenfähigkeitsindex $c_m$ = ($G_o$ - $G_u$)/(6 * s) = (10 - 9,910)mm / (6*0,009mm) = 1,667
b) Kritischer Maschinenfähigkeitsindex $c_{mk}$ = MIN($G_o$ - $\bar{x}$ ; $\bar{x}$ - $G_u$)/(3 * s) = (9,950 - 9,910)mm / (3*0,009mm) = 1,481
c) Der Prozess ist fähig (maschinenfähig), da $c_m$ bzw. $c_{mk}$ > 1,00 sind (Der Wert gilt für 6-σ)
d) Die Untersuchung kann fortgeführt werden, da $c_m$ bzw. $c_{mk}$ > 1,33 sind (Eine Stufe höher als für die Prozessfähigkeit erforderlich).
e) Prozessfähigkeitsindex $c_p$ = ($G_o$ - $G_u$)/(6 * s) = (10 - 9,910)mm / (6*0,010mm) = 1,500
f) Kritischer Prozessfähigkeitsindex $c_{pk}$ = MIN($G_o$ - $\bar{x}$; $\bar{x}$ - $G_u$)/(3 * s) = (9,945 - 9,910)mm / (3*0,010mm) = 1,167
g) Der Prozess ist beherrscht (prozessfähig), da $c_p$ bzw. $c_{pk}$ > 1,00 sind (Der Wert gilt für 6-σ)
h) Der Prozessfähigkeitsindex $c_p$ = 1,500 > 1,33 würde ausreichen, aber der kritischer Prozessfähigkeitsindex $c_{pk}$ = 1,167 < 1,33 ist zu klein.
i) Da der Prozessfähigkeitsindex $c_p$ = 1,500 > 1,33 ausreicht, genügt es, die Fertigung zu zentrieren.
j) Für 8-σ muss der Mittelwert $\bar{x}$ der Fertigung mindestens 4 σ Abstand von den Toleranzgrenzen halten.
$\bar{x}_{min} = G_u + 4 * s = 9{,}910\,mm + 4 * 0{,}010\,mm = 9{,}950\,mm$ $\bar{x}_{max} = G_o - 4 * s = 10{,}000\,mm - 4 * 0{,}010\,mm = 9{,}960\,mm$

### 3.2 Schleifmaschine

a) Prozessfähigkeitsindex $c_p$ = ($G_o$ - $G_u$)/(6 * s) = (6,012 - 6,004)mm / (6*0,001mm) = 1,33
b) Kritischer Prozessfähigkeitsindex $c_{pk}$ = MIN($G_o$ - $\bar{x}$; $\bar{x}$ - $G_u$)/(3 * s) = (6,007 - 6,004)mm / (3*0,001mm) = 1,00
c) Der Prozess ist beherrscht (prozessfähig), da $c_p$ ist (Der Wert gilt für 6-σ). Da $c_{pk}$ = 1,00 knapp ist, sollte die Fertigung zentriert werden.
d) Der Prozessfähigkeitsindex $c_p$ = 1,33 würde theoretisch ausreichen, aber der kritischer Prozessfähigkeitsindex $c_{pk}$ = 1,00 < 1,33 ist zu klein.
e) Da $c_p$ = 1,33 gerade an der Grenze liegt, sollte die Fertigung nicht nur zentriert, sondern auch ihre Streuung verringert werden.
f) Für 6-σ muss der Mittelwert $\bar{x}$ der Fertigung mindestens 3 σ Abstand von den Toleranzgrenzen halten.
$\bar{x}_{min} = G_u + 3 * s = 6{,}004\,mm + 3 * 0{,}001\,mm = 6{,}007\,mm$ $\bar{x}_{max} = G_o - 3 * s = 6{,}012\,mm - 3 * 0{,}001\,mm = 6{,}009\,mm$

---

[1] Erklärungen siehe Arbeitsblatt .....

### 3.3 Buchsen aus Sintermetall

Für eine Anfrage nach Buchsen ∅30G7 wurde eine Prozessfähigkeitsuntersuchung durchgeführt und die rechts stehenden Werte ermittelt.

$s =$ 2,25 µm
$\bar{x} =$ 30,018 mm

Der Kunde verlangt eine 8-σ-Fertigung.

a) Reicht die Streuung der Maschine aus?
b) Wie liegt die Probe als Normalverteilung im Toleranzfeld ? (Skizze)
c) Entspricht die Probe der Forderung?
d) Würde die Probe auch für 10 Sigma genügen?
e) Was muss geändert werden, damit die Fertigung auch 10 Sigma erreicht?

### 3.4 Ventile

Eine Ventil-Fertigung soll auf einen neuen Werkstoff umgestellt werden. Um festzustellen, ob die neue Fertigung beherrscht ist, wird eine Prozessfähigkeitsuntersuchung für den Schaft ∅10±0,02 durchgeführt.

$s =$ 0,004 mm
$\bar{x} =$ 10,005 mm

a) Ermitteln Sie die Indizes für die Prozessfähigkeit und die kritische Prozessfähigkeit.
b) Beurteilen Sie die Prozessfähigkeit, wenn $c_p$>1,66 und $c_{pk}$>1,33 gefordert ist.

### 3.5 Entwurf

Aus einer Fertigung von ......... ∅120h9 wurde eine Stichprobe entnommen, gemessen und die rechts stehenden Werte ermittelt.

$s =$ 9,6 µm
$\bar{x} =$ 119,960 mm

a) Reicht die Streuung der Maschine aus? (Qualitätsanforderung 8s)
b) In welchem Bereich muss der Mittelwert der Fertigung liegen?
c) Berechnen Sie die Prozessfähigkeit.

## Lösungen:

3.3 Buchsen aus Sintermetall

Dias Maß ∅30G7 hat die Abmaße ES = 28µm und EI = 7µm bzw. die Grenzmaße $G_o$ = 30,028mm und $G_u$ = 30,007mm

a) $c_p = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{ES - EI}{6 \cdot s} = \frac{28\mu m - 7\mu m}{6 \cdot 2{,}25\,\mu m} = 1{,}55$ reicht aus, da größer 1,33 (für 8 Sigma). b) näher an der oberen Toleranzgrenze 30,028mm.

c) $c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{(30{,}028 - 30{,}018)\,mm}{3 \cdot 2{,}25\,\mu m} = 1{,}48$ reicht auch; d) Nein, da $c_{pk}$ < 1,66; e) Streuung verringern: $s < \frac{T}{6 \cdot c_{erf}} = \frac{ES - EI}{6 \cdot 1{,}66} = \frac{28 - 7}{10} = 2{,}1\,\mu m$

3.4 Ventile

3.5 Entwurf

a) $c_p = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{es - ei}{6 \cdot s} = \frac{0 - (-87\mu m)}{6 \cdot 9{,}6\,\mu m} = 1{,}51$ > 1,33 reicht für 6 Sigma. c) $c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{(120 - 119{,}960)\,mm}{3 \cdot 9{,}6\,\mu m} = 1{,}38$

b) $c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} \rightarrow \Delta_{kriterf} = c_{kerf} \cdot 3 \cdot s = 1{,}33 \cdot 3 \cdot 9{,}6\,\mu m = 38{,}4\,\mu m$ ist der Mindestabstand zu den Toleranzgrenzen (119,952mm<µ<119,961mm)

# 4 Messreihen auswerten[1]

Berechnen Sie für die folgenden Messreihen
a) Mittelwert $\bar{x}$
b) Standardabweichung s
c) Fähigkeitsindex $c_m$ bzw. $c_p$
d) Kritischer Fähigkeitsindex $c_{km}$ bzw. $c_{pk}$
e) Interpretieren Sie das Ergebnis

Lagerbuchse, gefordert sind 6-σ für ∅33H8

## 4.1 Maschinenfähigkeitsuntersuchung[2] n = 50

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 | 33,03 |
| 33,02 | 33,02 | 33,03 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,03 |
| 33,02 | 33,02 | 33,03 | 33,03 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,03 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,02 |

## 4.2 Prozessfähigkeitsuntersuchung[3] n = 125

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 33,01 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 |
| 33,03 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,04 |
| 33,02 | 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,03 | 33,02 | 33,03 |
| 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,01 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 | 33,01 |
| 33,02 | 33,02 | 33,03 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,03 | 33,01 |
| 33,02 | 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,02 |
| 33,01 | 33,03 | 33,02 | 33,03 | 33,01 |
| 33,02 | 33,02 | 33,03 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,01 | 33,01 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 |
| 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 |
| 33,02 | 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,02 |
| 33,03 | 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,02 |
| 33,03 | 33,02 | 33,02 | 33,02 | 33,01 |
| 33,01 | 33,02 | 33,01 | 33,02 | 33,02 |
| 33,01 | 33,03 | 33,02 | 33,02 | 33,02 |
| 33,02 | 33,03 | 33,02 | 33,01 | 33,02 |

Zylinderstift, gefordert sind 8-σ für ∅4m6

## 4.3 Maschinenfähigkeitsuntersuchung[4] n = 50

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4,006 | 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,007 |
| 4,009 | 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,007 |
| 4,008 | 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,007 |
| 4,006 | 4,008 | 4,008 | 4,008 | 4,007 |
| 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,009 | 4,007 |
| 4,007 | 4,007 | 4,007 | 4,007 | 4,007 |
| 4,009 | 4,008 | 4,009 | 4,008 | 4,007 |
| 4,007 | 4,007 | 4,008 | 4,008 | 4,007 |
| 4,008 | 4,008 | 4,008 | 4,008 | 4,007 |
| 4,007 | 4,006 | 4,009 | 4,008 | 4,008 |

## 4.4 Prozessfähigkeitsuntersuchung[5] n = 125

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4,008 | 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,006 |
| 4,008 | 4,008 | 4,008 | 4,007 | 4,008 |
| 4,007 | 4,007 | 4,007 | 4,008 | 4,007 |
| 4,008 | 4,007 | 4,009 | 4,007 | 4,008 |
| 4,007 | 4,007 | 4,008 | 4,008 | 4,008 |
| 4,008 | 4,007 | 4,009 | 4,007 | 4,007 |
| 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,007 | 4,008 |
| 4,007 | 4,006 | 4,008 | 4,007 | 4,008 |
| 4,008 | 4,007 | 4,006 | 4,007 | 4,006 |
| 4,007 | 4,008 | 4,009 | 4,007 | 4,007 |
| 4,007 | 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,009 |
| 4,005 | 4,008 | 4,006 | 4,008 | 4,008 |
| 4,007 | 4,008 | 4,006 | 4,008 | 4,007 |
| 4,008 | 4,008 | 4,009 | 4,007 | 4,008 |
| 4,008 | 4,008 | 4,006 | 4,007 | 4,007 |
| 4,007 | 4,008 | 4,007 | 4,008 | 4,007 |
| 4,006 | 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,007 |
| 4,008 | 4,008 | 4,007 | 4,007 | 4,006 |
| 4,007 | 4,007 | 4,006 | 4,008 | 4,006 |
| 4,008 | 4,008 | 4,007 | 4,008 | 4,008 |
| 4,007 | 4,008 | 4,008 | 4,007 | 4,007 |
| 4,006 | 4,007 | 4,007 | 4,008 | 4,007 |
| 4,009 | 4,007 | 4,005 | 4,009 | 4,009 |
| 4,007 | 4,006 | 4,006 | 4,007 | 4,007 |
| 4,008 | 4,008 | 4,008 | 4,007 | 4,008 |

[1] Erklärungen siehe Arbeitsblatt .....

[2] a) $\bar{x}$=33,02040 mm b) s = 4,499 µm c) $c_m=\frac{33039-33000}{6\cdot 4{,}499}=1{,}44$ d) $c_{mk}=\frac{33039-33020{,}4}{3\cdot 4{,}499}=1{,}38$ e) $c_{mk}$ > 1,33 reicht aus für 6σ.

[3] a) $\bar{x}$=33,01928 mm b) s = 5,561 µm c) $c_p=\frac{39-0}{6\cdot 5{,}561}=1{,}169$ d) $c_{pk}=\frac{19{,}28-0}{3\cdot 5{,}561}=1{,}156$ e) $c_{pk}$ > 1,0 reicht aus für 6-σ

[4] a) $\bar{x}$=4,00750 mm b) s = 0,7626 µm c) $c_m=\frac{12-4}{6\cdot 0{,}7626}=1{,}748$ d) $c_{mk}=\frac{7{,}5-4}{3\cdot 0{,}7626}=1{,}530$ e) $c_m$ > 1,66 reicht, $c_{mk}$ reicht nicht →zentrieren

[5] a) $\bar{x}$=4,00736 mm b) s = 0,827 µm c) $c_p=\frac{12-4}{6\cdot 0{,}827}=1{,}612$ d) $c_{pk}=\frac{7{,}36-4}{3\cdot 0{,}827}=1{,}354$ e) $c_{pk}$ > 1,33 reicht gerade aus für 8-σ

# 5 Grenzwerte für x̄-s-Qualitätsregelkarten[1]

5.1 Die Fertigung der Lagerbuchsen ∅33H8 aus Aufgabe 4.2 soll mit x̄-s-Regelkarten überwacht werden. Vorgesehen sind stündliche Stichproben vom Umfang n = 5. Die Grenzen der Regelkarten sollen mit den Daten der Prozessfähigkeitsuntersuchung berechnet werden (siehe rechts).
Ermittteln Sie[2]

μ = 33,019 mm
σ = 5,561 μm
n = 5

a) Obere Eingriffsgrenze für die Mittelwertspur OEG (x̄)
b) Obere Warngrenze für die Mittelwertspur OWG (x̄)
c) Mittelinie für die Mittelwertspur M (x̄)
d) Untere Warngrenze für die Mittelwertspur UWG (x̄)
e) Untere Eingriffsgrenze für die Mittelwertspur UEG (x̄)
f) Obere Eingriffsgrenze für die Standardabweichungsspur OEG (s)
g) Obere Warngrenze für die Standardabweichungsspur OWG (s)
h) Mittelinie für die Standardabweichungsspur M (s)
i) Untere Warngrenze für die Standardabweichungsspur UWG (s)
j) Untere Eingriffsgrenze für die Standardabweichungsspur UEG (s)
k) Skizzieren Sie die Regelkarten

5.2 Ermitteln Sie die Grenzen von x̄-s-Regelkarten für den Stichprobenumfang n = 10 auf der Grundlage der Prozessfähigkeitsuntersuchung der Zylinderstifte ∅4m6 (Aufgabe 4.4).[3]

μ = 4,008 mm
σ = 0,827 μm
n = 10

| | OEG | OWG | M | UWG | UEG |
|---|---|---|---|---|---|
| Mittelwertspur x̄ | a) | b) | c) | d) | e) |
| Standardabweichungsspur s | f) | g) | h) | i) | j) |

5.3 Noch ein paar Gemeinheiten -- äh -- Verständnisfragen

a) Für die Lagerbuchsen aus Aufgabe 4.2 sind 6-σ gefordert, für die Zylinderstifte aus Aufgabe 4.4 8-σ. Das bedeutet doch, dass die Toleranz bei den Zylinderstiften weniger ausgenutzt werden darf als bei den Lagerbuchsen. Warum werden in beiden Fällen die Grenzen der Regelkarte nach den gleichen Formeln berechnet?[4]

---

1 Erklärungen siehe Arbeitsblatt .....

2 In der Schreibweise von Tabellenkalkulationen
a) OWG(x̄) = μ + KONFIDENZ(1%; σ; n) = 33,0195 mm + KONFIDENZ(1%; 5,561μm; 5) = 33,0259 mm
b) OEG(x̄) = μ + KONFIDENZ(5%; σ; n) = 33,0195 mm + KONFIDENZ(5%; 5,561μmm; 5) = 33,0244 mm
c) M(x̄) = μ = 33,0195 mm
d) OWG(x̄) = μ - KONFIDENZ(5%; σ; n) = 33,0195 mm - KONFIDENZ(5%; 5,561μm; 5) = 33,0146 mm
e) OWG(x̄) = μ - KONFIDENZ(1%; σ; n) = 33,0195 mm - KONFIDENZ(1%;5,561μm; 5) = 33,0131 mm
f) OWG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(0,5%; n -1)/(n-1)) = 5,561 μm * WURZEL((CHIINV(0,5%; 5 -1)/(5-1)) = 10,719 μm
g) OEG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(2,5%; n -1)/(n-1)) = 5,561 μm * WURZEL((CHIINV(2,5%; 5 -1)/(5-1)) = 9,282 μm
h) OWG(s) = σ * 0,940 (aus Tabelle) = 5,561 μm * 0,940 = 5,227 μm
i) OWG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(97,5%; n -1)/(n-1)) = 5,561 μm * WURZEL((CHIINV(97,5%; 5 -1)/(5-1)) = 1,935 μm
j) OWG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(99,5%; n -1)/(n-1)) = 5,561 μm * WURZEL((CHIINV(99,5%; 5 -1)/(5-1)) = 1,265 μm

3 In der Schreibweise von Tabellenkalkulationen
a) OWG(x̄) = μ + KONFIDENZ(1%; σ; n) = 4,008 mm + KONFIDENZ(1%; 0,827μm; 10) = 4,008674 mm
b) OEG(x̄) = μ + KONFIDENZ(5%; σ; n) = 4,008 mm + KONFIDENZ(5%; 0,827μmm; 10) = 4,008513 mm
c) M(x̄) = μ = 4,008 mm
d) OWG(x̄) = μ - KONFIDENZ(5%; σ; n) = 4,008 mm - KONFIDENZ(5%; 0,827μm; 10) = 4,007487 mm
e) OWG(x̄) = μ - KONFIDENZ(1%; σ; n) = 4,008 mm - KONFIDENZ(1%;0,827μm; 10) = 4,007326 mm
f) OWG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(0,5%; n -1)/(n-1)) = 0,827 μm * WURZEL((CHIINV(0,5%; 10 -1)/(10-1)) = 1,339 μm
g) OEG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(2,5%; n -1)/(n-1)) = 0,827 μm * WURZEL((CHIINV(2,5%; 10 -1)/(10-1)) = 1,202 μm
h) OWG(s) = σ * 0,973 (aus Tabelle) = 0,827 μm * 0,973 = 0,805 μm
i) OWG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(97,5%; n -1)/(n-1)) = 0,827 μm * WURZEL((CHIINV(97,5%; 10 -1)/(10-1)) = 0,453 μm
j) OWG(s) = σ * WURZEL((CHIINV(99,5%; n -1)/(n-1)) = 0,827 μm * WURZEL((CHIINV(99,5%; 10 -1)/(10-1)) = 0,363 μm

4 Die engeren Grenzen, die bei 8-σ erforderlich sind, ergeben sich daraus, dass bei 8-σ das σ = T/8 kleiner wird σ=T/6 bei 6-σ.

# 6 Grenzwerte für $\tilde{x}$ -R-Qualitätsregelkarten[1]

# 7 Stichproben auswerten, in Regelkarten eintragen und beurteilen[2]

# 8 Histogramme erstellen

# 9 Histogramme im W-Netz auswerten

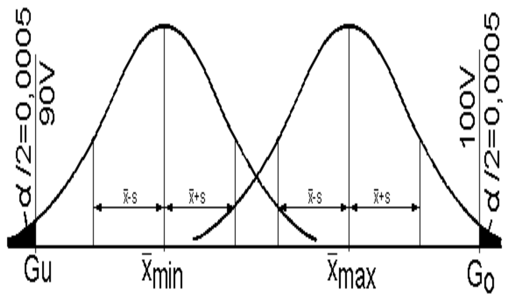
# 10 Entwürfe

## 10.1 Aufgabe

Die Sperrspannung einer Diode ist normalverteilt mit σ = 0,8V: Der Hersteller der Dioden kann die Standardabweichung kaum beeinflussen, wohl aber den Mittelwert.

| | |
|---|---|
| $G_{min}$ | 90V |
| $G_{max}$ | 100V |

a) In welchem Bereich muss der Mittelwert $\bar{x}$ der Sperrspannung liegen, damit der Ausschuss durch Sperrspannungsfehler kleiner als 0,1% ist?[3]




## 10.2 Anthropometrie

Gliederung der Bevölkerung nach DIN 33402-1 und DIN 33402-2 (Klein, Einführung in die DIN-Normen S.85). Sie suchen die Größenverteilung der Bevölkerung im Internet und finden nur folgende Angaben:
Der 50-Prozent-Mann wiegt 78kg und ist 175 cm groß.
Der 95-Prozent-Mann wiegt 101kg und ist 188 cm groß

a) Wie groß ist die Standardabweichung von Gewicht und Größe bei Männern?
b) dito Frauen
c) Auf welcher Perzentile liegen Sie?

---

[1] Erklärungen siehe Arbeitsblatt .....
[2] Erklärungen siehe Arbeitsblatt .....
[3] zwischen 92,6V $u_{un}=-u=\frac{90\,V-\bar{x}_{min}}{s}\Rightarrow\bar{x}_{min}=90\,V+3{,}2905\cdot 0{,}8\,V=92{,}6\,V$
und 97,4V $u_{ob}=+u=\frac{100\,V-\bar{x}_{max}}{s}\Rightarrow\bar{x}_{max}=100\,V-3{,}2905\cdot 0{,}8\,V=97{,}4\,V$