



**Aufgabe:**

Gegeben sind  $N = 10$  Teile mit 3 Ausschussteilen.  
Ziehen Sie daraus zufällig 5 Teile ohne Zurücklegen.  
Notieren Sie, wie häufig Sie ein Ausschussteil  
gezogen haben.  
Fassen Sie alle Ergebnisse Ihrer Klasse in Häufig-  
keitsverteilungen zusammen.

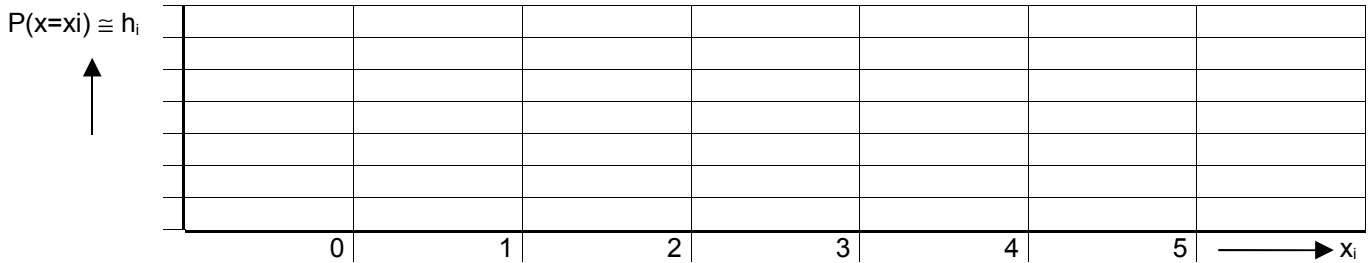
**Verteilungsart:** **Hypergeometrisch**

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist von den  
vorherigen Ereignissen abhängig.

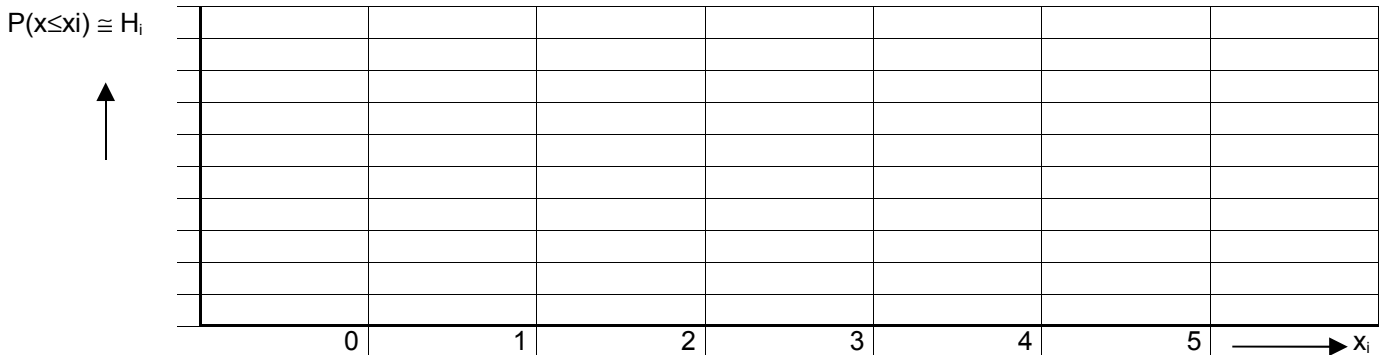
**Lösung**

Ausschuss		absolute Häufigkeiten		relative Häufigkeiten	
		Einzel- $n_j$	Summen- $G_j$	Einzel- $h_j$	Summen- $H_j$
$x_i$	Strichliste				
0					
1					
2					
3					
4					
5					
$\Sigma$					

**Wahrscheinlichkeitsfunktion  $g_i$  (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung  $h_i$  (experimentell)**  
Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 Ausschussteile gezogen ?



**Verteilungsfunktion  $G_i$  (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung  $H_i$  (experimentell)**  
Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 oder weniger Ausschussteile gezogen ?



Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussanteile ermittelt werden.  
DGQ-Tabellen geben die untere Summenhäufigkeit an, Excel nur die Einzelhäufigkeit an.

**Erwartungswert  $\mu = E(x)$**

Fragestellung: Wie viele Ausschussteile wurden durchschnittlich gezogen ?

$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i)$$

Erwartungswert für diese Aufgabe (theoretischer Wert):

$\mu =$

**Aufgabe:**

Gegeben sind N=10 Teile mit 3 Ausschussteilen. Ziehen Sie daraus 5 mal zufällig je ein Teil mit Zurücklegen, d.h., das Teil wird vor dem nächsten Ziehen wieder untergemischt. Notieren Sie, wie häufig Sie ein Ausschussteil gezogen haben. Fassen Sie alle Ergebnisse Ihrer Klasse zu Häufigkeitsverteilungen zusammen.

**Verteilungsart:**

**Binomial**

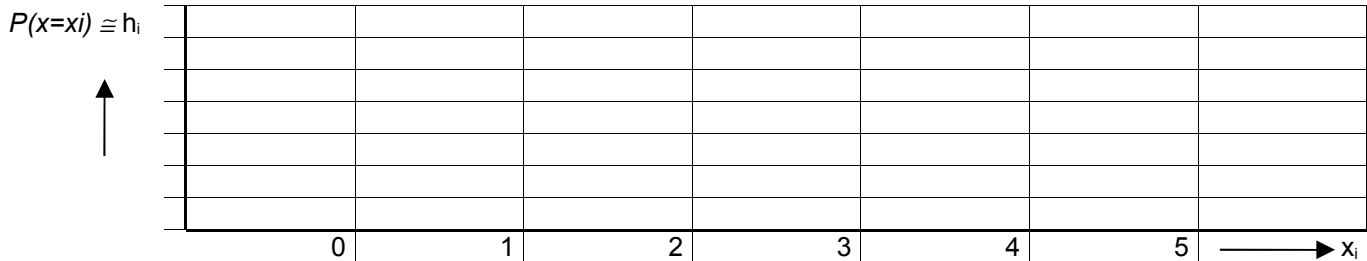
Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bleibt unabhängig von vorherigen Zügen immer gleich.

**Lösung**

Ausschuss $x_i$   Strichliste		absolute Häufigkeiten		relative Häufigkeiten	
		Einzel- $n_i$	Summen- $G_i$	Einzel- $h_i$	Summen- $H_i$
0					
1					
2					
3					
4					
5					
$\Sigma$					

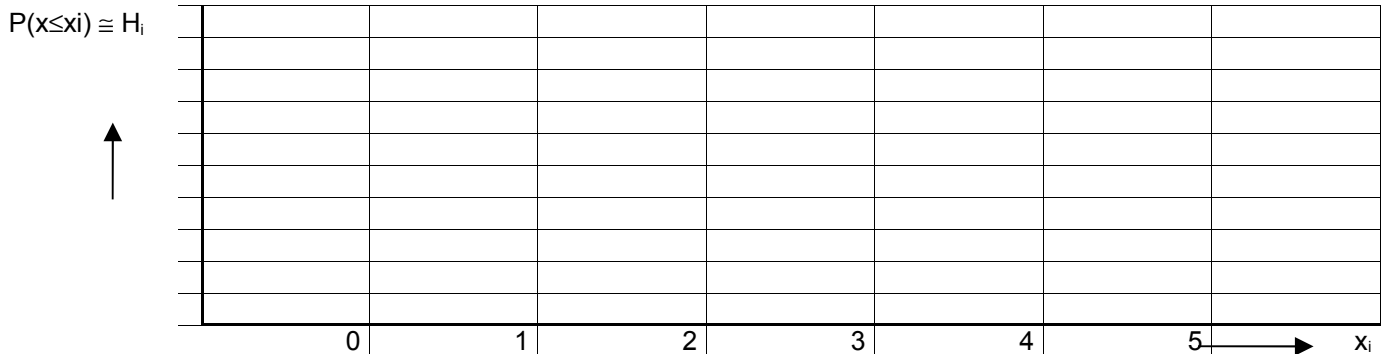
**Wahrscheinlichkeitsfunktion  $g_i$  (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung  $h_i$  (experimentell)**

Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 Ausschussteile gezogen ?



**Verteilungsfunktion  $G_i$  (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung  $H_i$  (experimentell)**

Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 oder weniger Ausschussteile gezogen ?



Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussanteile ermittelt werden. DGQ-Tabellen geben nur die untere Summenhäufigkeit an, Excel zusätzlich die Einzelhäufigkeit.

**Erwartungswert  $\mu = E(x)$**

Fragestellung: Wie viele Ausschussteile wurden durchschnittlich gezogen ?

$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i)$$

Erwartungswert für diese Aufgabe (theoretischer Wert):

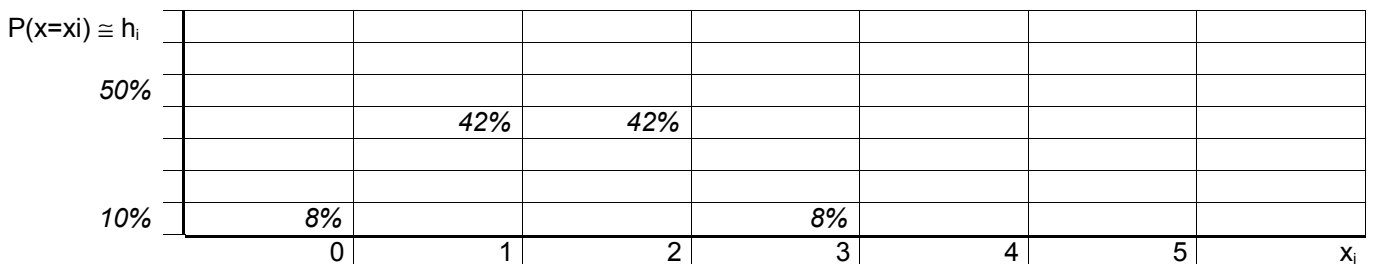
$\mu =$



**Lösungsvorschlag für die hypergeometrische Verteilung:**

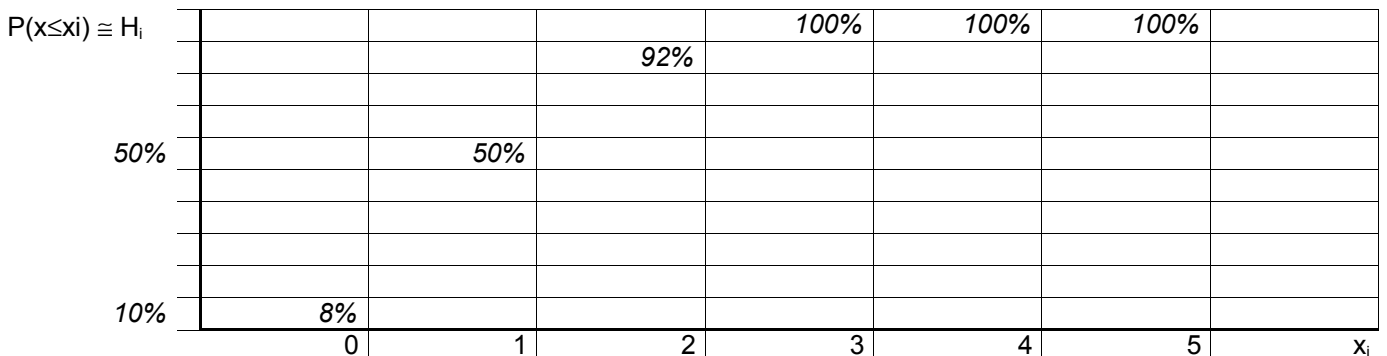
Ausschuss $x_i$	Strichliste	absolute Häufigkeiten		relative Häufigkeiten	
		Einzel- $n_i$	Summen- $G_j$	Einzel- $h_i$	Summen- $H_j$
0		4	4	8%	8
1		21	25	42%	50
2		21	46	42%	92%
3		4	50	8%	100%
4					100%
5					100%
$\Sigma$	50	50		100%	

**Wahrscheinlichkeitsfunktion  $g_i$  (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung  $h_i$  (experimentell)**  
Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 Ausschussteile gezogen ?



Strich- oder Balkendiagramme, weil es keine Zwischenwerte gibt. Die kurzen Striche sollen das Ende der Linie verdeutlichen  
Für klassierte Werte verwendet man Histogramme, deren Balken ohne Lücken stehen.

**Verteilungsfunktion  $G_i$  (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung  $H_i$  (experimentell)**  
Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 oder weniger Ausschussteile gezogen ?



Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussanteile ermittelt werden.  
DGQ-Tabellen geben die untere Summenhäufigkeit an, Excel nur die Einzelhäufigkeit an.

**Erwartungswert  $\mu = E(x)$**

Fragestellung: Wie viele Ausschussteile wurden durchschnittlich gezogen ?

$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i)$$

Erwartungswert für diese Aufgabe (theoretischer Wert):

$$\mu = \frac{0 \cdot 8,33 + 1 \cdot 41,67 + 2 \cdot 41,67 + 3 \cdot 8,33}{100} = 1,35$$

Z.B.  $\mu$  ist bei Klassenarbeit der Durchschnitt (z.B. die Noten 1, 2, 2, 1, 2 ergeben im Schnitt:  $(2 \cdot 1 + 3 \cdot 2) / 5 = 1,6$ ), beim Mensch-Ärgere-Dich-Nicht bedeutet  $\mu$  die durchschnittliche Geschwindigkeit

**Lösungsvorschlag für die binomiale Verteilung**
**Lösung**

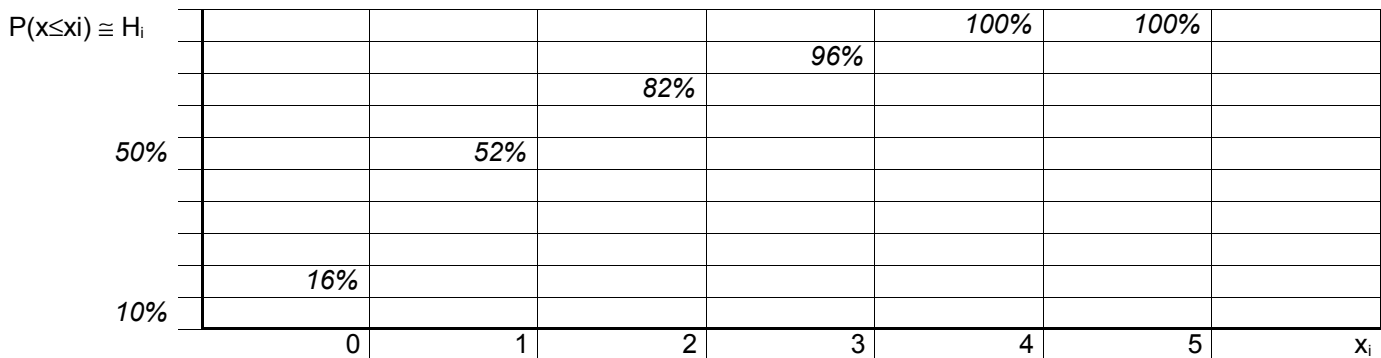
Ausschuss		absolute Häufigkeiten		relative Häufigkeiten	
		Einzel- $n_i$	Summen- $G_i$	Einzel- $h_i$	Summen- $H_i$
$x_i$	Strichliste				
0	////	8	8	16%	16%
1	////////	18	26	36%	52%
2	////////	15	41	30%	82%
3	////	7	48	14%	96%
4	"	2	50	4%	100%
5		0	50	0%	100%
$\Sigma$	50	50		100%	

**Wahrscheinlichkeitsfunktion  $g_i$  (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung  $h_i$  (experimentell)**

Fragestellung: Wie häufig wurden 2 (Beispiel) Ausschussteile gezogen ?


**Verteilungsfunktion  $G_i$  (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung  $H_i$  (experimentell)**

Fragestellung: Wie häufig wurden 2 (Beispiel) oder weniger Ausschussteile gezogen ?



Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussteile ermittelt werden. DQG-Tabellen geben nur die untere Summenhäufigkeit an, Excel zusätzlich die Einzelhäufigkeit.

**Erwartungswert  $\mu = E(x)$** 

Fragestellung: Wie viele Ausschussteile wurden durchschnittlich gezogen ?

$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i)$$

Erwartungswert für diese Aufgabe (theoretischer Wert):

$$\mu = \frac{0 \cdot 16,8 + 1 \cdot 36,0 + 2 \cdot 30,9 + 3 \cdot 13,2 + 4 \cdot 2,8 + 5 \cdot 0,2}{100} = 1,50$$

Die binomiale Verteilung ergibt bei kleinen Stichproben  $N$  aus großen Mengen  $N$  ähnliche Werte wie die hypergeometrische Verteilung. Da die binomiale Verteilung einfacher zu berechnen ist als die hypergeometrische, wird sie oft statt ihr verwendet, auch wenn es eigentlich nicht korrekt ist.