



- 1 10% der Ausreisenden am Riehener Grenzübergang schmuggeln Fleisch<sup>1</sup>. Die Zollbeamten wählen zufällig 10 Reisende aus und kontrollieren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie
- keinen einzigen Schmuggler finden?
  - genau 2 Zigarettschmuggler finden?
  - höchstens 2 Zigarettschmuggler finden?
  - mindestens 2 Zigarettschmuggler finden?
  - weniger als 2 Zigarettschmuggler finden?
  - mehr als 2 Zigarettschmuggler finden?
- 2 Ein Elektrofachhändlerin erhält eine Lieferung von 100 Glühlampen, davon sind 8 fehlerhaft. Die Fachhändlerin prüft 12 Glühlampen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie
- keine einzige defekte Lampe findet?
  - genau 3 defekte Lampen findet?
  - höchstens 3 defekte Lampen findet?
  - mindestens 3 defekte Lampen findet?
  - weniger als 3 defekte Lampen findet?
  - mehr als 3 defekte Lampen findet?
- 3 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus einem Paket mit 1000 Bauteilen, davon 30 fehlerhaft, bei einer Stichprobe von 10 genau 0, 1, 2, 3 usw. fehlerhafte Schrauben zu finden, wenn
- alle Bauteile auf einmal entnommen werden und dann geprüft werden?
  - die Bauteile einzeln entnommen, geprüft und wieder untergemischt werden?
  - Vergleichen Sie die Situation bei einer Stichprobengröße  $n = 100$ ?
- 4 Eine Lieferung von 10000 Schrauben enthalte:
- 57 Schrauben mit Gewindefehlern
  - 152 Schrauben mit zu niedriger Festigkeit
  - 85 Schrauben mit Oberflächenfehlern.
- Mit je 4 dieser Schrauben sollen Baugruppen montiert werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit
- für jede einzelne Schraube, dass sie wegen eines Gewindefehlers nicht montiert werden kann?
  - für die Zurückweisung, wenn in einer Stichprobe mit Zurücklegen (Stichprobenumfang  $n = 100$ ) höchstens 2 Schrauben mit Oberflächenfehler auftreten dürfen?
  - dass sich unter den 4 Schrauben einer Baugruppe mindestens eine Schraube mit zu geringer Festigkeit befindet?
  - dass unter den 4 Schrauben einer Baugruppe genau eine Schraube mit zu geringer Festigkeit ist?
- 5 Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man im Roulette, wenn man auf immer nur auf "impair" setzt?  
Hinweis: "impair" = "ungerade" gewinnt, wenn von den Zahlen 0 bis 36 eine ungerade Zahl fällt. Insgesamt gewinnt man, wenn man mehr Spiele gewinnt als verliert.
- bei 3 Spielen
  - bei 10 Spielen
- 6 Der Computerlieferant von Aldi vereinbart mit seinem Lieferanten für Grafikkarten eine Stichprobenanweisung 100-2 (n-c-Anweisung). Dies bedeutet, dass aus einem Los eine Stichprobe von 100 Teilen entnommen werden und davon maximal 2 Teile fehlerhaft sein dürfen. Es sei ein Los aus 2000 Grafikkarten mit 1,5% Fehlern geliefert worden.
- Wie groß ist die Annahmewahrscheinlichkeit?
  - Wie groß ist die Rückweisewahrscheinlichkeit?
  - Stellen Sie die Annahme- und Rückweisewahrscheinlichkeit abhängig vom Fehleranteil (0 ... 10%) dar.
- 7 n-c-Anweisungen werden meist nach AQL-Listen vereinbart.
- Wie groß sind die Annahmewahrscheinlichkeiten bei allen Einfachstichproben-(n-c)-Anweisungen nach AQL 0,15 - normale Prüfung - Prüfniveau II abhängig vom Fehleranteil (0 ... 1%)? Stellen Sie die Annahmewahrscheinlichkeiten grafisch dar.
  - Die n-c-Anweisungen von AQL 0,15 sind so ausgelegt, dass ein Los mit 0,15% Fehlern eine Annahmewahrscheinlichkeit von etwa 90% hat. Tragen Sie Lieferanten- und Kundenrisiko ein.
  - Welche Vor- und Nachteile haben die verschiedenen Anweisungen?
  - Wie können Sie sich als Lieferant verhalten, wenn Ihr Los zwar zurückgewiesen wurde, Sie aber auf Grund Ihrer Prozesskontrollen vermuten, dass Ihr Los nur einen Fehleranteil von 0,05% hat?

Hinweis: Die Ideen für einige der Aufgaben stammen aus dem Buch von Altendorfer und Hans: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung; Winklers Verlag 1986. Dort findet man viele weitere Aufgaben und Erklärungen, die für Technikerschüler gut geeignet sind.

<sup>1</sup> Alle Zahlen sind natürlich fiktiv.

## Lösungen

Weil es für einen Techniker der häufigste Fall ist, verwende ich die Begriffe "Fehler" oder "Ausschuss" für die untersuchten Ereignisse. Das bedeutet aber nicht, dass ich 6 Richtige im Lotto für einen Fehler halte ;-).

Verwendete Abkürzungen

links: Excel / rechts: OpenOffice / StarOffice

Hypergeometrische Verteilung:

	Menge alles	Menge der Fehler
Im ganzen Los	N / N_Gesamt	d / M
In der Stichprobe	n / N_Stich	x / X

Binomiale Verteilung:

Fehleranteil in der Grundgesamtheit      p / W  
Umfang der Stichprobe                      n / N  
Anzahl Fehler in der Stichprobe            x / X

1 Es handelt sich um eine binomiale Verteilung mit  $p=10\%$  und dem Stichprobenumfang  $n=10$ .

- a) Lsg = 34,87% für  $x=0$  (Einzelwahrscheinlichkeit oder untere Summenwahrscheinlichkeit)
- b) Lsg = 19,73% für  $x=2$  (Einzelw.)
- c) Lsg = 92,98% für  $x \leq 2$  (untere Summenw.)
- d) Lsg = 26,39% für  $x \geq 2$  (obere Summenw.)
- e) Lsg = 73,61% für  $x < 2$  bzw.  $x \leq 1$  (unt. SW)
- f) Lsg = 7,02% für  $x > 2$  bzw.  $x \geq 3$  (ob. SW)

2 Hypergeometrische Verteilung mit  $N=100$ ;  $d=8$ ;  $n=12$  und  $x=0$ ;

- a) Lsg = 34,54% für  $x=0$  (EW oder unt. SW)
- b) Lsg = 4,63% für  $x=3$  (EW)
- c) Lsg = 99,33% für  $x \leq 3$  (unt. SW)
- d) Lsg = 5,30% für  $x \geq 3$  (ob. SW)
- e) Lsg = 94,70% für  $x < 3$  bzw.  $x \leq 2$  (unt. SW)
- f) Lsg = 0,67% für  $x > 3$  bzw.  $x \geq 4$  (ob. SW)

3

- a) Lsg = 73,64% / 22,99% / 3,12% / 0,24%  
=HYPGEOMVERT( $x=0$  / 1 / 2 / ..;  $n=30$ ;  $d=30$ ;  $N=1000$ ; )
- b) Lsg = 73,74%; 22,81%, 3,17%; 0,26%  
=BINOMVERT( $x=0$  / 1 / 2 / ..;  $n=30$ ;  $p=3\%$ )
- c) Beim Stichprobenumfang  $n=10$  betragen die Abweichungen zwischen den Verteilungsmodellen kaum über 0,5%, in der Summenwahrscheinlichkeit noch weniger.  
Bei größerem Stichprobenumfang werden die Unterschiede größer.  
Bei Stichproben, die nicht mehr als 10% der Gesamtmenge umfassen ( $N/n > 10$ ), kann man die Wahrscheinlichkeiten mit der binomialen Verteilung berechnen, obwohl eigentlich einer hypergeometrischen Verteilung vorliegt. Als es noch keine Computer gab, war dies eine wesentliche Erleichterung. Heutzutage ist diese Näherung eigentlich nicht mehr notwendig.

4

- a) Lsg = 0,57% = 57/10000 (Einzelwahrsch.)
- b) Lsg = 5,41% (obere Summenwahrsch.)  
=BINOMVERT ( $x \geq 3$ ;  $n=100$ ;  $p=57/10000=0,57\%$ ;) )
- c) Lsg = 5,94% (obere Summenw.)  
=HYPGEOMVERT( $x \geq 1$ ;  $n=4$ ;  $d=152$ ;  $N = 10000$ )

- d) Lsg = 5,81% (Einzelw.)  
=HYPGEOMVERT( $x=1$ ;  $n=4$ ;  $d=152$ ;  $N = 10000$ )

5

- a) Lsg = 47,97% (obere Summenwahrsch.)  
=BINOMVERT ( $x \geq 2$ ,  $n=3$ ;  $p=18/37$ ; )
- b) Lsg = 34,42% (obere Summenwahrsch.)  
=BINOMVERT ( $x \geq 6$ ,  $n=3$ ;  $p=18/37$ ; ).  
Schlussfolgerung: Wenn man Geld braucht, muss man alles auf eine Karte setzen.

6

- a) Lsg = 80,98% (untere Summenwahrsch.)  
=BINOMVERT( $x \leq 2$ ;  $n=100$ ;  $p=1,5\%$ ; )
- b) Lsg = 19,02% (obere Summenwahrsch.)  
=BINOMVERT( $x \geq 3$ ;  $n=100$ ;  $p=1,5\%$ ; ).
- c) siehe AB AQL,  
TAA an der Tafel darstellen (Stichprobenanweisung), Höhe des Risikos  $\rightarrow$  TA Stichprobenanweisung

7

- a)
- b)
- c) Große Stichproben erhöhen den Aufwand für die Prüfung, aber auch die Trennschärfe.
- d) Wenn der Lieferant gute Ware liefert und bei der Stichprobenprüfung nach AQL nur Pech gehabt hat (Lieferantenrisiko), könnte er seine Ware nochmals liefern.