



Aufgaben

kombinierte Wahrscheinlichkeiten

- 1 Gesucht ist P dafür, aus einem Beutel mit zwei roten und drei weißen Kugeln in zwei Zügen zwei rote Kugeln zu ziehen.¹
 - 1.a ohne Zurücklegen
 - 1.b mit Zurücklegen.
- 2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man im Skat (2 von 22 unbekannt Karten)²
 - 2.a den Kreuzbuben ?
 - 2.b den Kreuz- oder den Pikbuben oder beide (OR) ?
 - 2.c den Kreuz- und den Pikbuben (AND) ?
 - 2.d den Kreuz- oder den Pikbuben, aber nicht beide (XOR)
- 3 Ein Ehepaar möchte Kinder. Wie groß ist P, dass sie
 - 3.a 3 Buben und 1 Mädchen bekommen ?³
 - 3.b erst 3 Buben und dann 1 Mädchen bekommen ?
 - 3.c 4 Mädchen bekommen ?
- 4 Wenn man beim Mensch-ärgere-dich-nicht aus dem Loch muss, darf man 3-mal würfeln und muss dabei eine 6 bekommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür ?⁴
- 5 Wie groß ist im Lotto die Wahrscheinlichkeit⁵
 - 5.a für 6 Richtige
 - 5.b für 5 Richtige (mit oder ohne Zusatzzahl)
 - 5.c für 5 Richtige mit Zusatzzahl
 - 5.d für 4 Richtige (mit oder ohne Zusatzzahl)
 - 5.e für 3 Richtige (mit oder ohne Zusatzzahl)

Aufgaben

nach: Altendorfer / Hans: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, Darmstadt 1989

- 6 40 % der hergestellten Papierblumen in einer Fabrik sind blau, alle anderen sind rot. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 zufällig ausgewählten Blumen höchstens 6 rot sind ?⁶
- 7 Eine Schachtel mit 100 Schrauben enthält 5 unbrauchbare Schrauben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, nur gute Schrauben zu erwischen, wenn aus der Schachtel 3 Schrauben zufällig entnommen werden.⁷
- 8 Erfahrungsgemäß sind 5% aller Widerstände fehlerhaft. Ein Hobbyelektroniker, der 2 Freundinnen und 3 Katzen hat, kauft 4 Widerstände und überprüft sie zu Hause auf ihre Funktionsfähigkeit.⁸
 - 8.a Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mindestens eines der 4 gekauften Bauteile nicht in Ordnung ?
 - 8.b Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist genau eines der 4 gekauften Bauteile nicht in Ordnung ?
- 9 Sie ziehen verdeckt 8 Karten aus einem Skatspiel (32 Karten). Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten Sie⁹
 - 9.a nur schwarze Karten ?
 - 9.b nur Herz-Karten ?
 - 9.c je 4 schwarze und rote Karten ?
- 10 Ein Kaufhaus erhält 2000 Knöpfe geliefert. Der Lieferant garantiert einen Ausschussanteil von 5%. Der gesamten Sendung werden zufällig 50 Knöpfe entnommen und auf Farbe und Beschaffenheit geprüft. Werden mehr als 3 Knöpfen in der Stichprobe

beanstandet, wird die Annahme der gesamten Lieferung verweigert.¹⁰

- 10.a Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Annahme verweigert, wenn die Herstellerangaben stimmen ?
- 10.b Um die Rückweisewahrscheinlichkeit zu senken, wird vereinbart, 100 Knöpfe zu prüfen und zurückzuweisen, wenn 7 Knöpfe fehlerhaft sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Annahme verweigert, wenn die Herstellerangaben stimmen ?

Aufgaben aus alten Klassenarbeiten

- 11 In 10000 Schrauben seien enthalten:
 - 57 Schrauben mit Gewindefehlern
 - 152 Schrauben mit zu niedriger Festigkeit
 - 85 Schrauben mit Oberflächenfehlern.
 Mit je 4 dieser Schrauben werden Baugruppen montiert.¹¹
 - 11.a Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für jede einzelne Schraube, dass sie wegen eines Gewindefehlers nicht montiert werden kann ?
 - 11.b Zur Prüfung der Oberfläche werden nacheinander 100 Schrauben zufällig aus der Lieferung entnommen, einer Sichtprobe unterzogen, sofort zurückgeworfen und untergemischt. Wenn dabei 3 oder mehr Schrauben mit fehlerhafter Oberfläche entdeckt werden, wird die Lieferung zurückgewiesen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p für die Zurückweisung ?
 - 11.c Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den 4 Schrauben einer Baugruppe mindestens eine Schraube mit zu geringer Festigkeit befindet ?
 - 11.d Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den 4 Schrauben einer Baugruppe genau eine Schraube mit zu geringer Festigkeit befindet ?
- 12 Ein Lieferant für Fussball-Fan-Artikel lässt 40% seiner Artikel in Hongkong und die anderen 60% in Singapur herstellen. Die einzelnen Hersteller liefern Plastik-Fussbälle für die folgenden Vereine in der angegebenen Menge:

	Bayern München	HSV	SC Freiburg
Hongkong	70%	20%	10%
Singapur	60%	25%	15%

 70% aller Ballsorten sind Jugendbälle.
 - 12.a Auf einer Benefiz-Veranstaltung des SC entnimmt Volker Finke zufällig 10 Bälle aus dem großen Container. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es 6 oder mehr Jugendbälle ?
 - 12.b Tatsächlich hat Volker Finke 7 Jugendbälle und 3 normale Bälle erwischt. Er verteilt sie wahllos an eine Gruppe Jugendlicher, darunter 3 Mädchen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommen die 3 Mädchen normale Bälle, wenn jede von ihnen genau einen Ball erhält ?
 - 12.c Mit welcher Wahrscheinlichkeit steigt der SC Freiburg in dieser Saison ab ?¹²

1 a) P=0,100 b) P=0,160
 2 a) P= 1/22 + 21/22 · 1/21 = 1/11; b) P=82/462; c) P=2/462; d) P=0,173
 3 a) P=0,25 b) P=1/16 c) P=1/16
 4 P=0,42
 5 a) P= 1/13983816; b) P=1/54200,8; c) P=1/2330636 d) P = 1/1032; d) P = 1/56,7
 6 P=0,618
 7 P=0,856
 8 a) P=0,18549 b) P=0,171
 9 a) P=0,0012236 b) P=4,5526E-07 c) P=0,315

10 a) P=0,23959 b) P=0,233399
 11 a) P=0,0057 b) P=0,054119
 12 a) P=84,97% b) P = 0,83% c) P=0,059437 d) 0,0580865
 c) Diese Aufgabe wird nicht gewertet.

Lösungen

Die Lösungen sind in der Schreibweise von Tabellenkalkulationen dargestellt.

=HypgeomVert() und BinomVert() sind die Funktionen zur Berechnung von Einzelwahrscheinlichkeiten. Die Parameter sind:

- x: Anzahl der untersuchten Ereignisse
n: Stichprobenumfang
d: Anzahl der untersuchten Ereignisse in der Grundgesamtheit
N: Umfang der Grundgesamtheit
P: Wahrscheinlichkeit des untersuchten Ereignisses in der Grundgesamtheit
- $x \geq 2$ steht für die obere Summenwahrscheinlichkeit, die mit den o.g. Funktionen nicht direkt berechnet werden kann. Vielmehr müssen in diesem Beispiel die Einzelwahrscheinlichkeiten $x=2$; $x=3$; $x=4$.. usw. addiert werden.
- $X \leq 5$ steht für die untere Summenwahrscheinlichkeit, die mit den o.g. Funktionen nicht direkt berechnet werden kann. Vielmehr müssen in diesem Beispiel die Einzelwahrscheinlichkeiten $x=0$; $x=1$; $x=2$ usw. bis $x=5$ addiert werden.

kombinierte Wahrscheinlichkeiten

- 1
1.a =HypgeomVert($x \geq 2$; $n=2$; $d=2$; $N=5$) = 0,1
1.b =BinomVert($x \geq 2$; $n=2$; $P=2/5$) = 0,16
- 2
2.a =HypgeomVert($x \geq 1$; $n=2$; $d=1$; $N=22$) = 0,091
2.b =HypgeomVert($x \geq 1$; $n=2$; $d=2$; $N=22$) = 0,17749
2.c =HypgeomVert($x \geq 2$; $n=2$; $d=2$; $N=22$) = 0,004329
2.d =HypgeomVert($x=1$; $n=2$; $d=2$; $N=2$) = 0,173
- 3
3.a =BinomVert($x=3$; $n=4$; $P=0,5$) = 0,25
3.b Die Wahrscheinlichkeit für Reihenfolgen ist über die Verteilungen nicht lösbar. Hier hilft beispielsweise der Wahrscheinlichkeitsbaum.
3.c =BinomVert($x \geq 4$; $n=4$; $P=0,5$) = 0,0625
- 4 =BinomVert($x \geq 1$; $n=3$; $P=1/6$) = 0,4213
- 5
5.a =HypgeomVert($x=6$; $n=6$; $d=6$; $N=49$)
= $1/13983816 \approx 1/14$ Mio
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit $n=6$ Kreuzen auf dem Tippzettel $x=6$ Übereinstimmungen mit den $d=6$ Kugeln der Ziehung zu haben ?
5.b =HypgeomVert($x=5$; $n=6$; $d=6$; $N=49$)
= 0,00001845 = $1/54200$
Diesmal nur $x=5$ Übereinstimmungen
5.c =HypgeomVert($x=6$; $n=6$; $d=7$; $N=49$) -
=HypgeomVert($x=6$; $n=6$; $d=6$; $N=49$)
= 0,0000500% - 0,0000071% = 0,0000429%
 $\approx 1/2330636$
In diesem Lösungsvorschlag wird zunächst die Wahrscheinlichkeit berechnet, mit $n=6$ Kreuzen auf dem Tippzettel $x=6$ Übereinstimmungen mit den $d=7$ Kugeln der Ziehung (6 Richtige + 1 Zusatzzahl) zu haben. Darin enthalten ist aber noch die Möglichkeit, 6 Richtige ohne Zusatzzahl zu haben, diese wird abgezogen.
5.d =HypgeomVert($x=4$; $n=6$; $d=6$; $N=49$)
= 0,00096862 = $1/1032$
5.e =HypgeomVert($x=3$; $n=6$; $d=6$; $N=49$)
= 0,01765 = $1/56,7$
- 6 Da es sich um eine große Grundgesamt handelt und auch keine Angabe über die Anzahl der untersuchten Ereignisse in der Grundgesamtheit vorhanden sind, muss mit einer binomialen Verteilung gerechnet werden. \Rightarrow
BinomVert($x \leq 6$; $n=10$; $P=0,6$) = 0,618
- 7 =HypgeomVert($x=0$; $n=3$; $d=5$; $N=100$) = 0,856

8

- 8.a =BinomVert($x \geq 1$; $n=4$; $P=0,05$) = 0,18549
8.b =BinomVert($x=1$; $n=4$; $P=0,05$) = 0,171

9

- 9.a =HypgeomVert($x=8$; $n=8$; $d=16$; $N=32$) = 0,0012236
9.b =HypgeomVert($x=8$; $n=8$; $d=8$; $N=32$) = 4,5526E-07
9.c =HypgeomVert($x=4$; $n=8$; $d=168$; $N=32$) = 0,315

10

- 10.a BinomVert($x \geq 3$; $n=50$; $P=0,05$) = 0,23959
10.b BinomVert($x \geq 7$; $n=100$; $P=0,05$) = 0,23399

Aufgaben aus alten Klassenarbeiten

11

- 11.a $P = 57/10000 = 0,0057 = 0,57\%$
11.b =BinomVert($x=3$; $n=100$; $P=85/10000$)
= 0,054119 = 5,4%
11.c = $1 - \text{HypgeomVert}(x=1; n=4; d=152; N=10000)$
= $1 - 0,9406 = 0,059437$
Rechenfehler in Tabellenkalkulationen:
Diese Zahlenkombination berechnet StarOffice6.0 nicht korrekt, es versagt für $d \geq 143$.
Solche Fehler gibt es auch bei MS Excel97: Zum Beispiel berechnet es =BINOMVERT(2;32;0;1) = 0.
Das richtige Ergebnis lautet aber 1.
11.d HypgeomVert($x=1$; $n=4$; $d=152$; $N=10000$) = 5,8%
StarOffice berechnet diesen Wert nicht.

12

- 12.a =BinomVert($x \geq 6$; $n=10$; $P=0,7$) = 84,97%
12.b =HypgeomVert($x=3$; $n=3$; $d=3$; $N=10$) = 0,83%
12.c Hoffentlich gar nicht !