Gewerbeschule Lörrach	Corona-Test TGTM-J1 Statik am Punkt	Name:

Aufgaben I

1) Ein zentrales Kräftesystem (XI) besteht aus den Kräften F_1 = 15N mit α_1 = 126°, F_2 = 25 N mit α_2 = 54°, F_3 = 35N mit α_3 = -18°, F_4 mit α_4 = 270° und F_5 mit α_5 = 198°.
Ermitteln Sie rechnerisch:

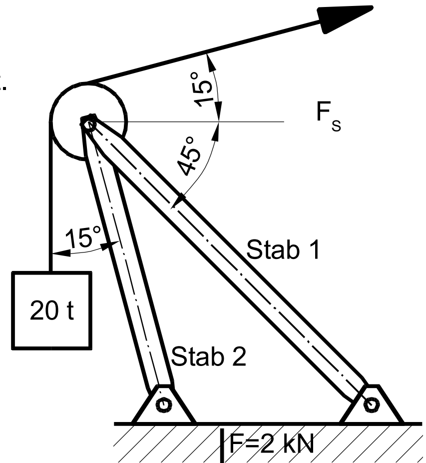
1.1 Richtung und Betrag der Resultierenden F_R aus F_1, F_2 und F_3

1.2 und die Beträge der Kräfte F_4 und F_5.

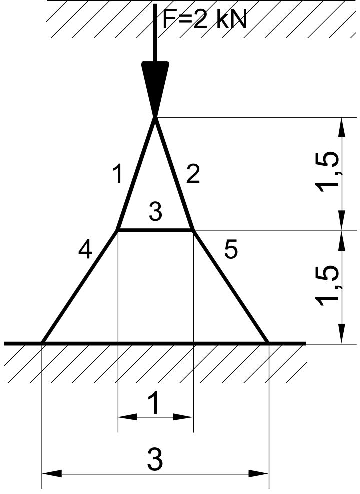
2) Welche Kräfte entstehen in den Stäben 1 und 2?

2.1 Ermitteln Sie die Stabkräfte 1 und 2 zeichnerisch.

2.2 Geben Sie für jeden Stab an, ob es sich um Zug- oder Druckkräfte handelt.
Begründen Sie Ihre Entscheidung aus Lage- und Kräfteplan.



3) Ermitteln Sie Kräfte in den Stäben 1 bis 5.
Geben Sie für jeden Stab mit Begründung an,
ob es sich um einen Zug- oder Druckstab handelt.

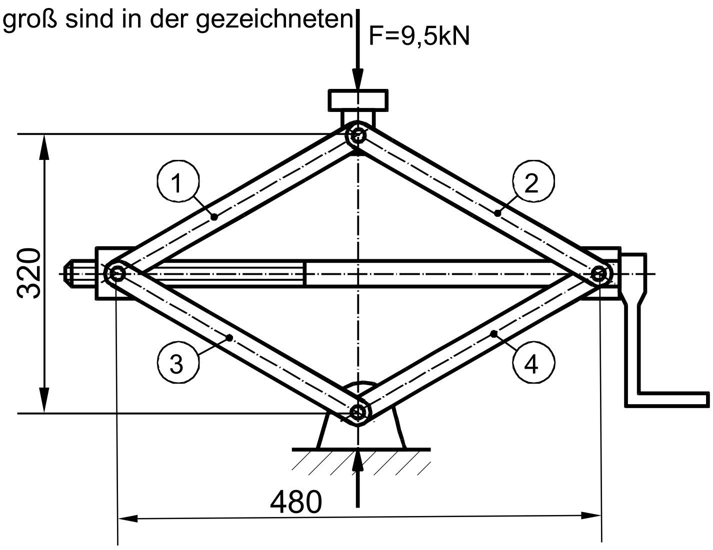


4) Der Wagenheber wird mit F = 9,5kN belastet. Wie groß sind in der gezeichneten Stellung

4.1 die Kräfte in den Streben 1 und 2,

4.2 die Zugkraft in der Gewindespindel und die Kräfte in den Streben 3 und 4,

4.3 die Normalkraft F_N?

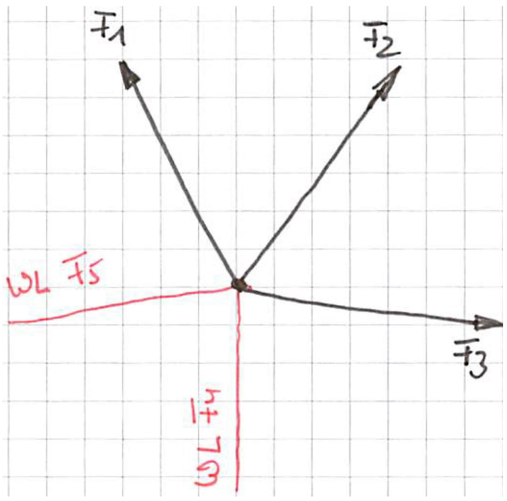


Gewerbeschule Lörrach	Corona-Test TGTM-J1 Statik am Punkt	Name:

Lösungen

1) Kräftesystem

LP-Skizze



Bekannte Kräfte nach Algorithmus zusammensetzen:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos\alpha_1 = 15\,kN \cdot \cos(126°) = -8{,}82\,kN$$
$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin\alpha_1 = 15\,kN \cdot \sin(126°) = 12{,}14\,kN$$
$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos\alpha_2 = 25\,kN \cdot \cos(54°) = 14{,}69\,kN$$
$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin\alpha_2 = 25\,kN \cdot \sin(54°) = 20{,}23\,kN$$
$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos\alpha_3 = 35\,kN \cdot \cos(-18°) = 33{,}29\,kN$$
$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin\alpha_3 = 35\,kN \cdot \sin(-18°) = -10{,}82\,kN$$
$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (-8{,}82 + 14{,}69 + 33{,}29)\,kN = 39{,}16\,kN$$
$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (12{,}14 + 20{,}23 - 10{,}82)\,kN = 21{,}55\,kN$$
$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(39{,}16\,kN)^2 + (21{,}55\,kN)^2} = 44{,}70\,kN$$
$$\alpha'_R = \arctan\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan\frac{21{,}55\,kN}{39{,}16\,kN} = 28{,}8°$$
$$\textit{nach rechts oben} \quad \Rightarrow \quad \alpha_R = 28{,}8°$$

Unbekannte Kräfte per Gleichungssystem lösen

$$F_I = \frac{-F_{Rx} \cdot \sin\alpha_{II} + F_{Ry} \cdot \cos\alpha_{II}}{\cos\alpha_I \cdot \sin\alpha_{II} - \sin\alpha_I \cdot \cos\alpha_{II}} = \frac{-F_R \cdot \cos\alpha_R \cdot \sin\alpha_{II} + F_R \cdot \sin\alpha_R \cdot \cos\alpha_{II}}{\cos\alpha_I \cdot \sin\alpha_{II} - \sin\alpha_I \cdot \cos\alpha_{II}}$$

→

$$F_4 = \frac{-F_{Rx} \cdot \sin\alpha_5 + F_{Ry} \cdot \cos\alpha_5}{\cos\alpha_4 \cdot \sin\alpha_5 - \sin\alpha_4 \cdot \cos\alpha_5} = \frac{-39{,}16\,N \cdot \sin 198° + 21{,}55\,N \cdot \cos 198°}{\cos 270° \cdot \sin 198° - \sin 270° \cdot \cos 198°}$$
$$= 8{,}82\,N$$
$$F_5 = \frac{-F_{Rx} \cdot \sin\alpha_4 + F_{Ry} \cdot \cos\alpha_4}{\cos\alpha_5 \cdot \sin\alpha_4 - \sin\alpha_5 \cdot \cos\alpha_4} = \frac{-39{,}16\,N \cdot \sin 270° + 21{,}55\,N \cdot \cos 270°}{\cos 198° \cdot \sin 270° - \sin 198° \cdot \cos 270°}$$
$$= 41{,}2\,N$$

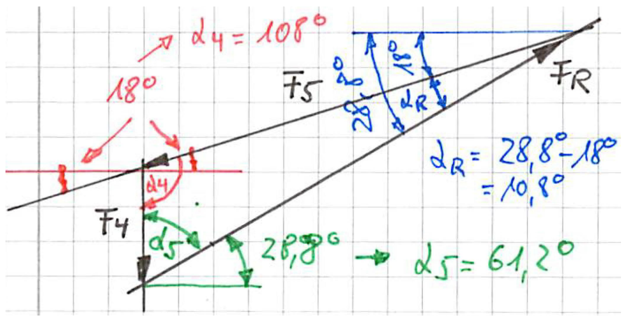
	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_1	15	126	-8,82	12,14
F_2	25	54	14,69	20,23
F_3	35	-18	33,29	-10,82
F_R	44,7	28,8	39,16	21,55
F_4	8,81	270		
F_5	41,18	198		
	Kontrolle	Σ =	0	0

Lösung per Resultierender und Sinussatz:

$$\frac{F_R}{\sin\beta_R} = \frac{F_4}{\sin\beta_4} = \frac{F_5}{\sin\beta_5}$$
$$F_4 = F_R \cdot \frac{\sin\beta_4}{\sin\beta_R} = 44{,}7\,kN \cdot \frac{\sin 10{,}8°}{\sin 108°} = 8{,}81\,kN$$
$$F_5 = F_R \cdot \frac{\sin\beta_5}{\sin\beta_R} = 44{,}7\,kN \cdot \frac{\sin 61{,}2°}{\sin 108°} = 41{,}2\,kN$$

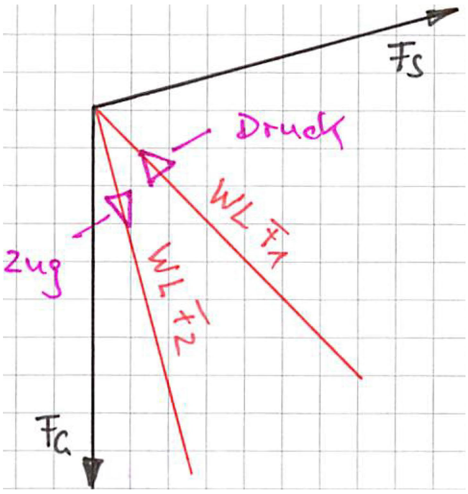
Richtungen ergeben sich aus der KP-Skizze

KP-Skizze

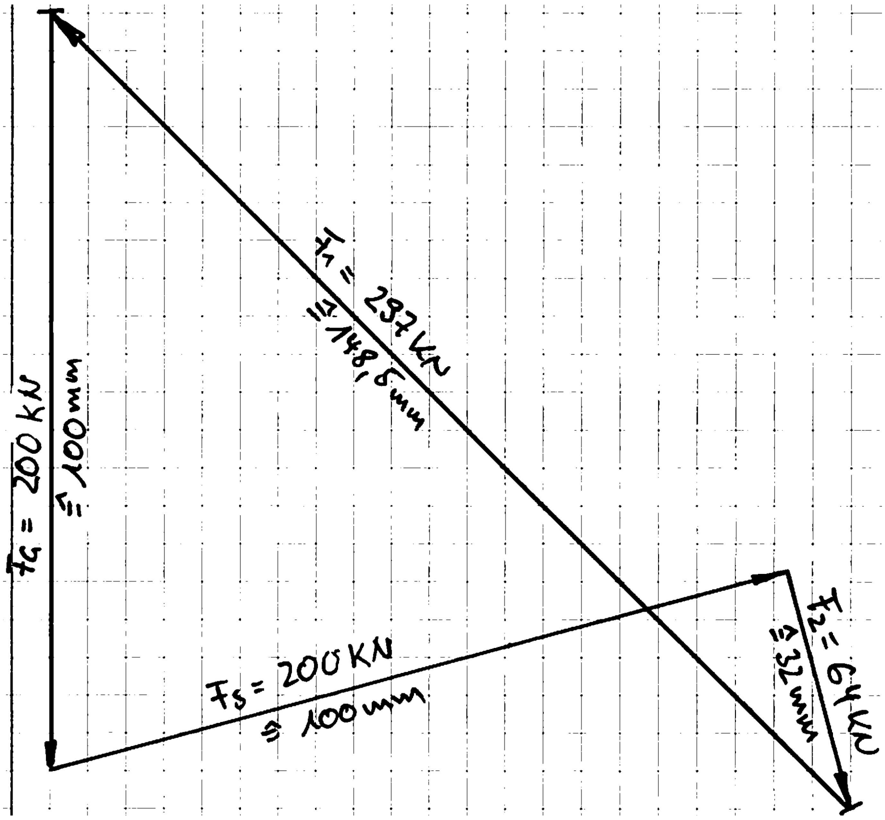


2) Kran

LP Seilrolle



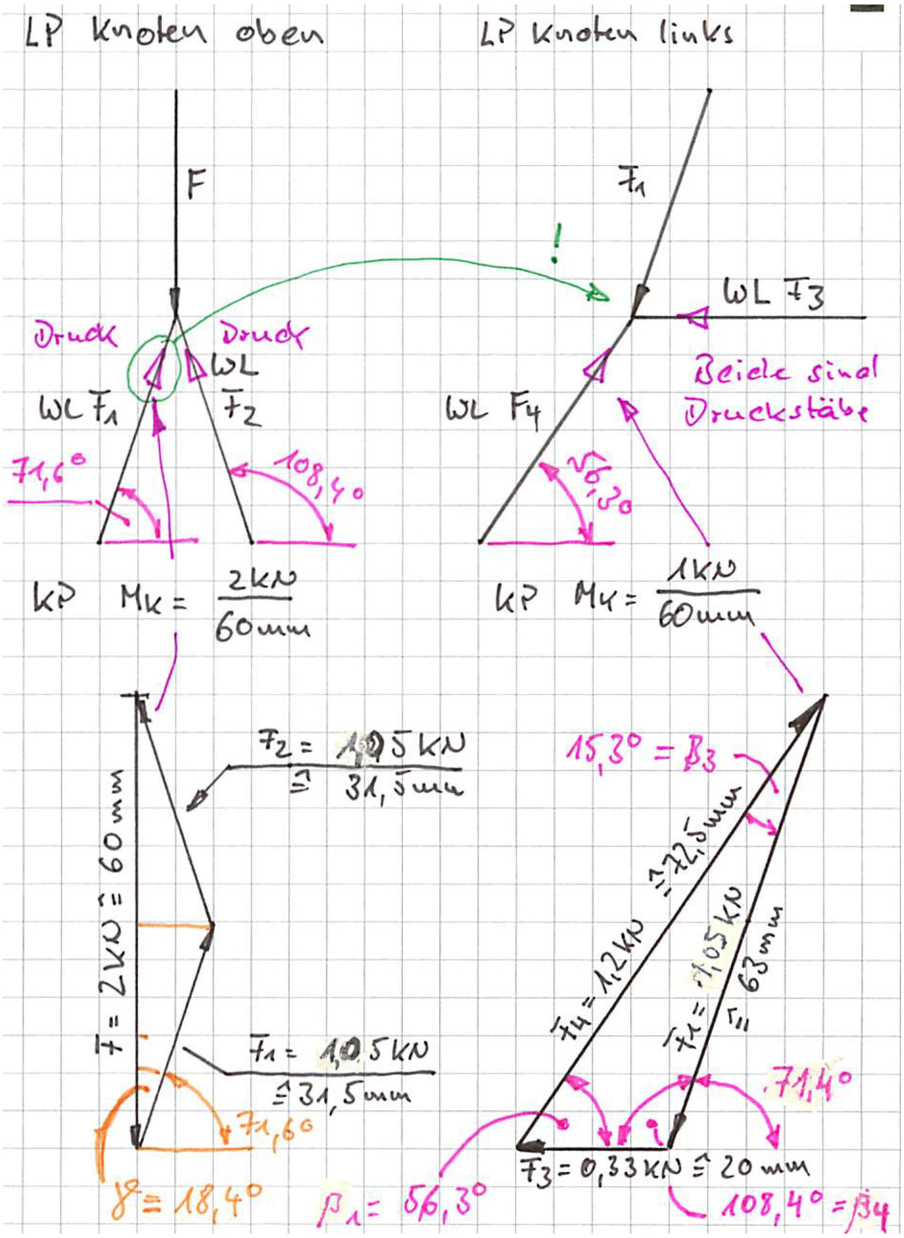
KP Kräftemaßstab MK = 200 kN / 100 mm



Nachdem der KP gezeichnet ist, überträgt man die Richtungen von F1 und F2 zurück in den LP. Wenn sie zum freigemachten Bauteil (hier: Seilrolle) wirken, handelt es sich um Druckkräfte (hier: F1), sonst um Zugkräfte (hier: F2)

3) Stabkräfte

zeichnerische Lösung:



Nachdem der KP gezeichnet ist, überträgt man die Richtungen von F1 und F2 zurück in den LP. Wenn sie zum freigemachten Bauteil (hier: Knoten) wirken, handelt es sich um Druckkräfte (hier: alle).

Rechnerische Lösung (Kräfteplane siehe oben)

Kräfteplan Knoten oben

$$F_1 = \frac{\frac{F}{2}}{\cos\gamma} = \frac{2\,kN}{2\cdot\cos 18{,}43°} = 1{,}054\,kN = F_2$$

Kräfteplan Knoten links

$$\frac{F_1}{\sin\beta_1} = \frac{F_3}{\sin\beta_3} = \frac{F_4}{\sin\beta_4}$$

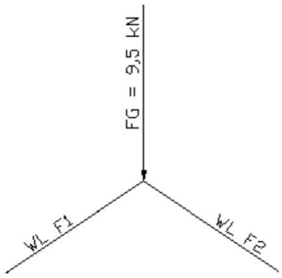
$$F_3 = F_1\cdot\frac{\sin\beta_3}{\sin\beta_1} = 1{,}054\,kN\cdot\frac{\sin 15{,}3°}{\sin 56{,}3°} = 0{,}33\,kN$$

$$F_4 = F_1\cdot\frac{\sin\beta_4}{\sin\beta_1} = 1{,}054\,kN\cdot\frac{\sin 108{,}4°}{\sin 56{,}3°} = 1{,}20\,kN$$

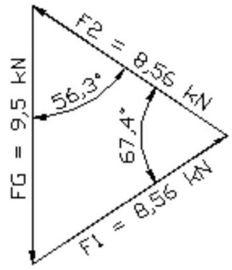
4) Wagenheber

Beim Wagenheber muss man sich schrittweise vorarbeiten. Man beginnt mit dem obersten Verbindungsbolzen zwischen F_1, F_2 und F (= F_G) und erhält F_1 und F_2. Dann macht man mit einem seitlichen Bolzen links oder rechts weiter und erhält F_3, (F_4) und die Spindelkraft. Zuletzt könnte man den unteren Bolzen freimachen, aber einfacher ist es, wenn man den ganzen Wagenheber betrachtet.

LP oberer Bolzen



KP M_K = …



Rechnerische Lösung aus dem Kräfteplan

$$\text{Winkel } \alpha \text{ zwischen } F_1 \text{ und } F_2$$

$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{480/2\,mm}{320/2\,mm} \quad\Rightarrow\quad \frac{\alpha}{2}=\arctan\frac{480}{320}=56{,}3\,°$$

$$\frac{F/2}{F_2}=\cos\frac{\alpha}{2} \quad\Rightarrow$$

$$F_2=\frac{F}{2\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{9{,}5\,kN}{2\cdot\cos 56{,}3\,°}=8{,}56\,kN$$

$$F_1=F_2=8{,}56\,kN$$

Rechnerische Zerlegung der gegebenen Kräfte

$$\text{Winkel innerhalb des Dreieckes } F_G-F_1-F_2$$

$$\alpha_{F1}=\alpha_{F2}=\arctan\frac{480/2\,mm}{320/2\,mm}=56{,}3\,°$$

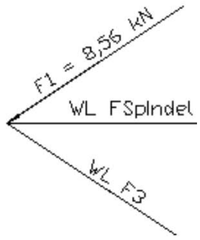
$$\alpha_{FG}=180\,°-\alpha_{F1}-\alpha_{F2}=180\,°-2\cdot 56{,}3\,°=67{,}4\,°$$

$$\text{Sinussatz}\;:\quad \frac{FG}{\sin\alpha_{FG}}=F\frac{1}{\sin\alpha_{F1}}=F\frac{2}{\sin\alpha_{F2}} \quad\Rightarrow$$

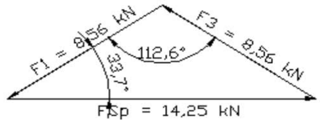
$$F_1=F_G\cdot\frac{\sin\alpha_{F1}}{\sin\alpha_{FG}}=9{,}5\,kN\cdot\frac{\sin 56{,}3\,°}{\sin 67{,}4\,°}=8{,}56\,kN$$

$$F_2=F_1=8{,}56\,kN$$

LP linker Bolzen



KP M_K = …



F_1 ist aus Aufgabe a) bekannt, wirkt aber in die andere Richtung (Druckkraft!). Man kann auch den rechten Bolzen freimachen und erhält ein spiegelbildliches Bild. Deshalb sind F_3 und F_4 betragsmäßig gleich.

Rechnerische Lösung aus dem Kräfteplan

$$\text{Winkel } \beta \text{ zwischen } F_2 \text{ und } F_3$$

$$\frac{\beta}{2}=\frac{180\,°-\alpha}{2}=90\,°-\frac{\alpha}{2}=90\,°-56{,}3\,°=33{,}7\,°$$

$$\frac{F/2}{F_2}=\cos\frac{\alpha}{2} \quad\Rightarrow$$

$$F_2=\frac{F}{2\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{9{,}5\,kN}{2\cdot\cos 56{,}3\,°}=8{,}56\,kN$$

$$F_1=F_2=8{,}56\,kN$$

Rechnerische Zerlegung der gegebenen Kräfte

$$\frac{\beta}{2}=\frac{180\,°-\alpha}{2}=90\,°-\frac{\alpha}{2}=90\,°-56{,}3\,°=33{,}7\,°$$

$$\frac{F/2}{F_2}=\cos\frac{\alpha}{2} \quad\Rightarrow$$

$$F_2=\frac{F}{2\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{9{,}5\,kN}{2\cdot\cos 56{,}3\,°}=8{,}56\,kN$$

$$F_1=F_2=8{,}56\,kN$$

Alternative Lösung für F_N

Wenn man den ganzen Wagenheber freimacht, wirken nur zwei Kräfte auf ihn, nämlich F und F_N. Da sich beide Kräfte aufheben müssen, ist F_N = F = 9,5 kN.