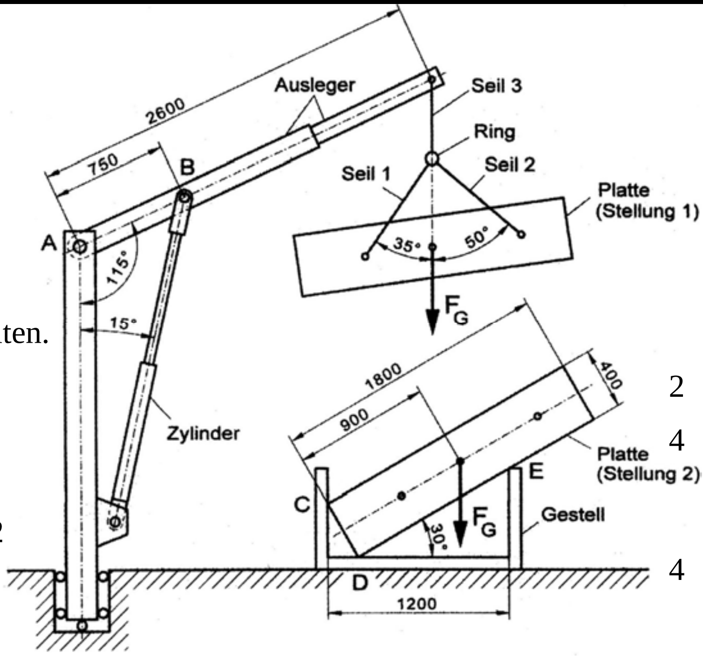
Technisches Gymnasium Bad Mergentheim	Name	Klasse	Datum	Fach	Blatt
GSMGH Bildung - Beruf - Zukunft	**Lösung**	TG12		TM	1

Säulenkran



Die am Säulenkran hängende Platte soll im Gestell abgesetzt werden.

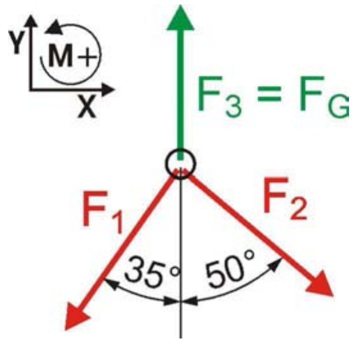
Zunächst wird die Platte mit der Gewichtskraft F_G = 1100 N über die Seile 1, 2 und 3 vom Ausleger und Zylinder des Säulenkrans in der Stellung 1 gehalten.

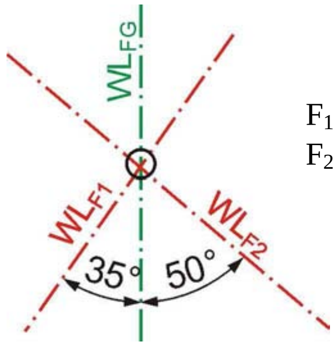
1.1 Machen Sie den Ring frei. 2

1.2 Ermitteln Sie zeichnerisch die Kräfte F_1 und F_2 in den Seilen 1 und 2. 4

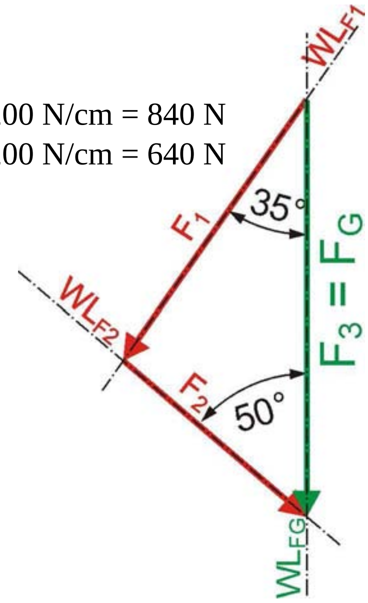
1.3 Überprüfen Sie das Ergebnis aus Aufgabe 1.2 durch Berechnung. 4

1.1 Freimachskizze — 1.2 Lageplan — Kräfteplan MK = 200 N/cm





F_1 = 4,2 cm · 200 N/cm = 840 N
F_2 = 3,2 cm · 200 N/cm = 640 N



1.3 Rechnerische Lösung:

$\sum F_{Xi} = 0$: $F_2 \cdot \sin 50° - F_1 \cdot \sin 35° = 0 \rightarrow F_2 = F_1 \dfrac{\sin 35°}{\sin 50°}$ (1)

$\sum F_{Yi} = 0$: $F_3 - F_1 \cdot \cos 35° - F_2 \cdot \cos 50° = 0$ (2)

(1) in (2) $\rightarrow F_3 - F_1 \cdot \cos 35° - F_1 \dfrac{\sin 35°}{\sin 50°} \cdot \cos 50° = 0$

→ F_1 ausklammern, dabei Vorzeichenwechsel beachten, da dann das „– „ vor die Klammer kommt!

$F_3 - F_1 (\cos 35° + \dfrac{\sin 35°}{\sin 50°} \cdot \cos 50°) = 0 \rightarrow$ mit $\dfrac{\cos 50°}{\sin 50°} = \dfrac{1}{\tan 50°} \rightarrow F_3 - F_1 (\cos 35° + \dfrac{\sin 35°}{\tan 50°}) = 0$

nach F_1 umstellen:

$\rightarrow \underline{F_1} = \dfrac{F_3}{\cos 35° + \dfrac{\sin 35°}{\tan 50°}} = \dfrac{1100 N}{\cos 35° + \dfrac{\sin 35°}{\tan 50°}} = \underline{\underline{845{,}9\ N}}$

$\rightarrow$ (3) in (1): $\underline{F_2} = 845{,}9\ N \dfrac{\sin 35°}{\sin 50°} = \underline{\underline{633{,}4\ N}}$

Lösung mit Sinussatz:

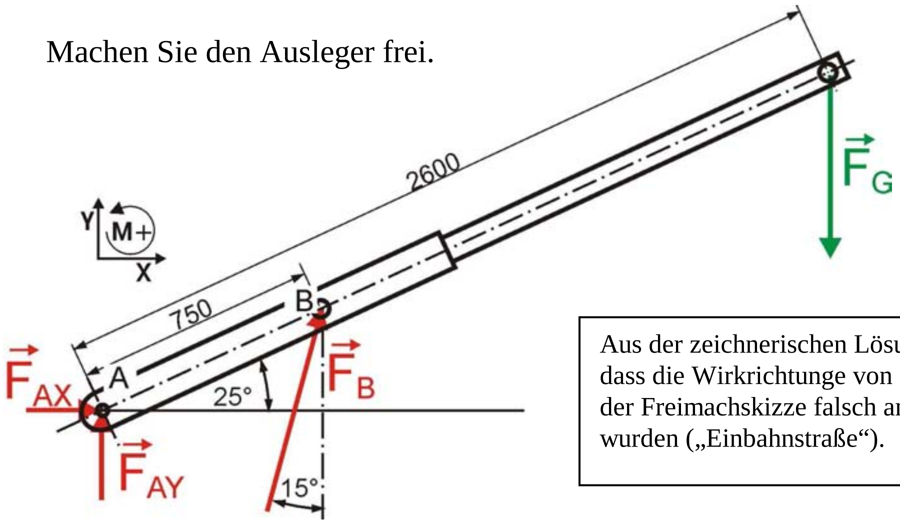
$\dfrac{a}{\sin \alpha} = \dfrac{b}{\sin \beta} = \dfrac{c}{\sin \gamma}$ mit c = 1100 N (3)

und γ = 180 ° - 50° - 35° = 95°

$\rightarrow F_1 = \dfrac{F_G \cdot \sin 50°}{\sin 95°} = \underline{\underline{845{,}9\ N}}$

$\rightarrow F_2 = \dfrac{F_G \cdot \sin 35°}{\sin 95°} = \underline{\underline{633{,}3\ N}}$

1.4 Machen Sie den Ausleger frei. 3

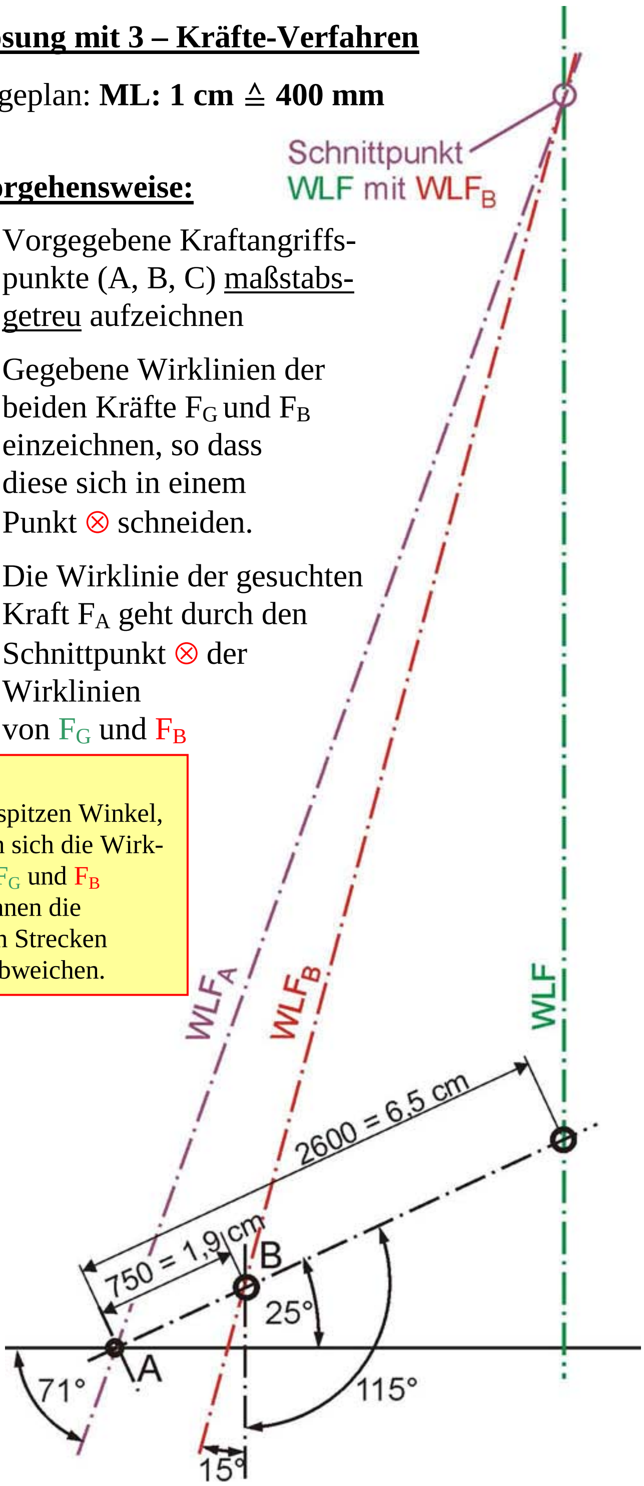


Aus der zeichnerischen Lösung ergibt sich, dass die Wirkrichtunge von F_{AX} und F_{AY} in der Freimachskizze falsch angenommen wurden („Einbahnstraße“).

1.5 Ermitteln Sie zeichnerisch die Kraft F_A im Punkt A und die Kraft F_B im Punkt B. 6

<u>Lösung mit 3 – Kräfte-Verfahren</u>

Lageplan: **ML: 1 cm ≙ 400 mm**



<u>Vorgehensweise:</u>

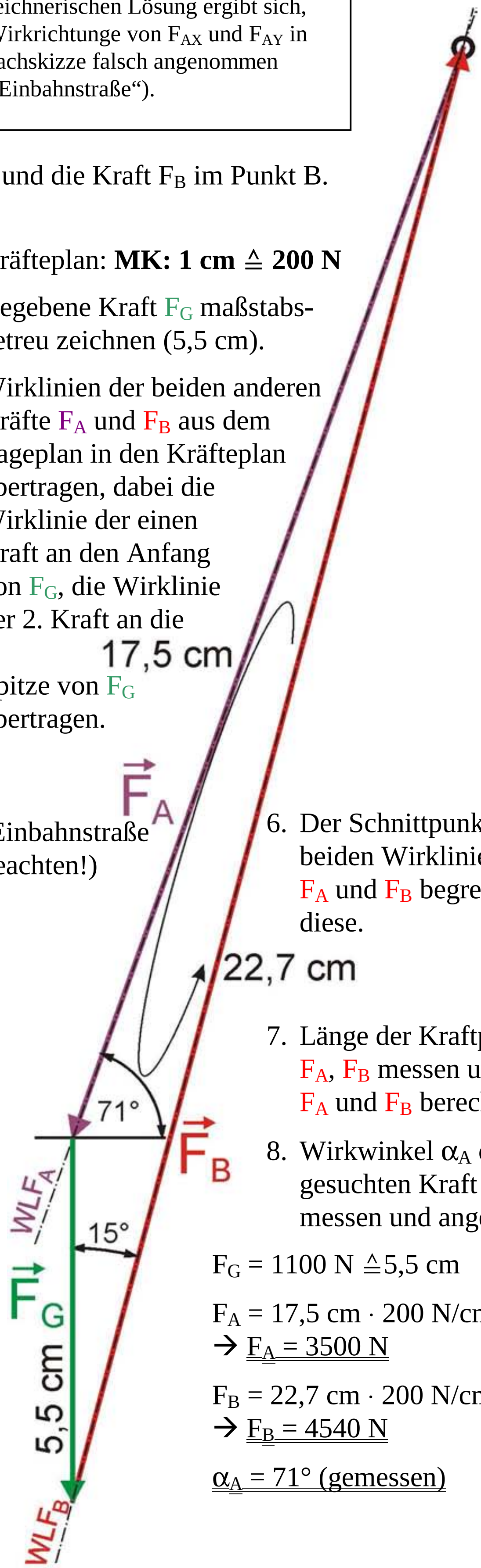
1. Vorgegebene Kraftangriffspunkte (A, B, C) <u>maßstabsgetreu</u> aufzeichnen
2. Gegebene Wirklinien der beiden Kräfte F_G und F_B einzeichnen, so dass diese sich in einem Punkt ⊗ schneiden.
3. Die Wirklinie der gesuchten Kraft F_A geht durch den Schnittpunkt ⊗ der Wirklinien von F_G und F_B

<u>Hinweis:</u>
wegen der spitzen Winkel, unter denen sich die Wirklinien von F_G und F_B treffen, können die gemessenen Strecken erheblich abweichen.

Kräfteplan: **MK: 1 cm ≙ 200 N**

4. Gegebene Kraft F_G maßstabsgetreu zeichnen (5,5 cm).
5. Wirklinien der beiden anderen Kräfte F_A und F_B aus dem Lageplan in den Kräfteplan übertragen, dabei die Wirklinie der einen Kraft an den Anfang von F_G, die Wirklinie der 2. Kraft an die Spitze von F_G übertragen.

(Einbahnstraße beachten!)



6. Der Schnittpunkt der beiden Wirklinien von F_A und F_B begrenzt diese.
7. Länge der Kraftpfeile F_A, F_B messen und F_A und F_B berechnen.
8. Wirkwinkel α_A der gesuchten Kraft F_A messen und angeben.

F_G = 1100 N ≙ 5,5 cm

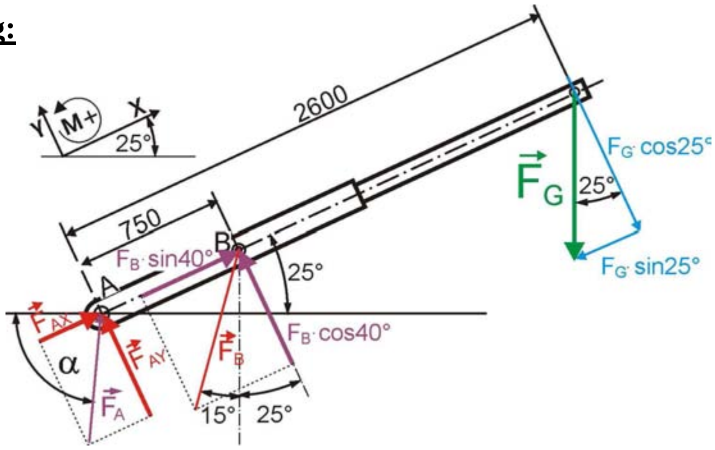
F_A = 17,5 cm · 200 N/cm
→ <u>F_A = 3500 N</u>

F_B = 22,7 cm · 200 N/cm
→ <u>F_B = 4540 N</u>

<u>α_A = 71° (gemessen)</u>

1.6 **Rechnerische Lösung:**

Bei manchen Aufgaben ist es sinnvoll das Achsenkreuz zu drehen (hier 25° entgegen den Uhrzeigersinn), da dies dann den rechnerischen Ansatz vereinfacht.
Bei dieser Aufgabe ergab sich daraus aber kein Vorteil (siehe alternative Lösung unten).



$\Sigma F_{Xi} = 0$: $F_{AX} + F_B \cdot \sin 40° - F_G \cdot \sin 25° = 0$ (1)

$\Sigma F_{Yi} = 0$: $F_{AY} + F_B \cdot \cos 40° - F_G \cdot \cos 25° = 0$ (2)

Drehmomentsatz um Punkt A:

$\Sigma M_A = 0$: $F_B \cdot \cos 40° \cdot 750\text{ mm} - F_G \cdot \cos 25° \cdot 2600\text{ mm} = 0$ (3)

$$(3) \rightarrow \underline{F_B} = \frac{F_G \cdot \cos 25° \cdot 2600\text{ mm}}{\cos 40° \cdot 750\text{ mm}} = \frac{1100\text{ N} \cdot \cos 25° \cdot 2600\text{ mm}}{\cos 40° \cdot 750\text{ mm}} = \underline{\underline{4511{,}6\text{ N}}} \quad (4)$$

(4) in (1) → $F_{AX} = F_G \cdot \sin 25° - F_B \cdot \sin 40° = 1100\text{ N} \cdot \sin 25° - 4511{,}6\text{ N} \cdot \sin 40° = \underline{-2435\text{ N}}$

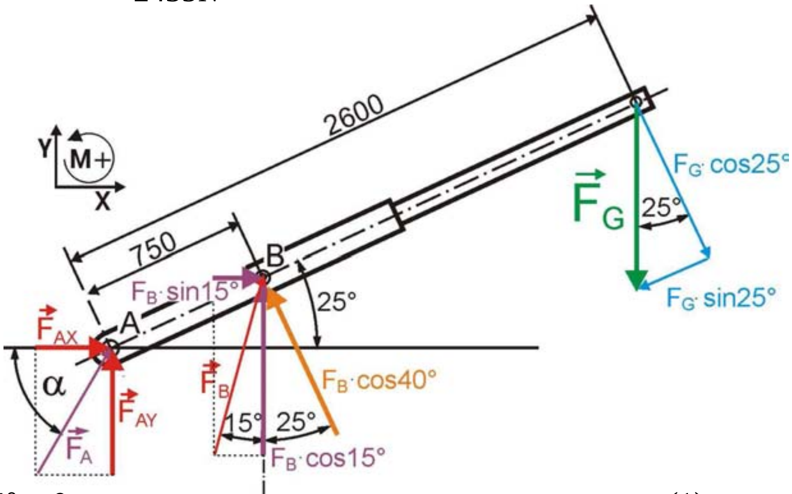
(4) in (2) → $F_{AY} = -4511{,}6\text{ N} \cdot \cos 40° - 1100\text{ N} \cdot \cos 25° = \underline{-2459\text{ N}}$

$$\underline{F_A} = \sqrt{F_{AX}^2 + F_{AY}^2} = \sqrt{(-2435\text{N})^2 + (-2459\text{N})^2} = \underline{\underline{3460{,}6\text{ N}}}$$

$$\alpha_A = 25 + \arctan\frac{|F_{AY}|}{|F_{AX}|} = 25° + \arctan\frac{2459N}{2435N} = \underline{\underline{25° + 45{,}3° = 70{,}3°}} \text{ zur Waagrechten}$$

F_{AX} und F_{AY} mit negativem Vorzeichen
→ Annahme der Kraftrichtungen in der Freimachskizze ist falsch!

alternative Lösung:



$\Sigma F_{Xi} = 0$: $F_{AX} + F_B \cdot \sin 15° = 0$ (1)

$\Sigma F_{Yi} = 0$: $F_{AY} + F_B \cdot \cos 15° - F_G = 0$ (2)

Drehmomentsatz um Punkt A:

$\Sigma M_{(A)} = 0:= F_B \cdot \cos 40° \cdot 750\text{ mm} - F_G \cdot \cos 25° \cdot 2600\text{ mm} = 0$ (3)

$$(3) \rightarrow \underline{F_B} = \frac{F_G \cdot \cos 25° \cdot 2600\text{ mm}}{\cos 40° \cdot 750\text{ mm}} = \frac{1100\text{ N} \cdot \cos 25° \cdot 2600\text{ mm}}{\cos 40° \cdot 750\text{ mm}} = \underline{\underline{4511{,}6\text{ N}}} \quad (4)$$

(4) in (1) → $F_{AX} = -F_B \cdot \sin 15° = -4511{,}6\text{ N} \cdot \sin 15° = -\underline{1175\text{ N}}$

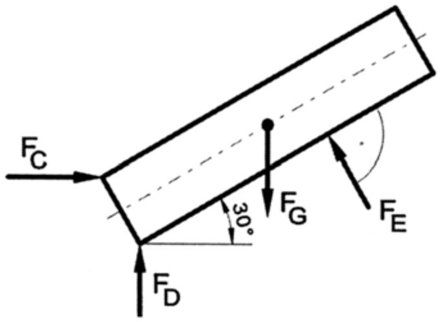
(4) in (2) → $F_{AY} = F_G - F_B \cdot \cos 15° = 1100\text{ N} - 4511{,}6\text{ N} \cdot \cos 15° = \underline{-3257{,}9\text{ N}}$

$$\underline{F_A} = \sqrt{F_{AX}^2 + F_{AY}^2} = \sqrt{(-1175\text{N})^2 + (-3257{,}9\text{N})^2} = \underline{\underline{3463{,}3\text{ N}}}$$

$$\alpha_A = \arctan\frac{|F_{AY}|}{|F_{AX}|} = \arctan\frac{3257{,}9\text{ N}}{1175\text{ N}} = 2{,}773 \rightarrow \alpha = 70{,}2\ ° \text{ zur Waagrechten}$$

F_{AX} und F_{AY} mit negativem Vorzeichen → Annahme der Kraftrichtungen in der Freimachskizze ist falsch!

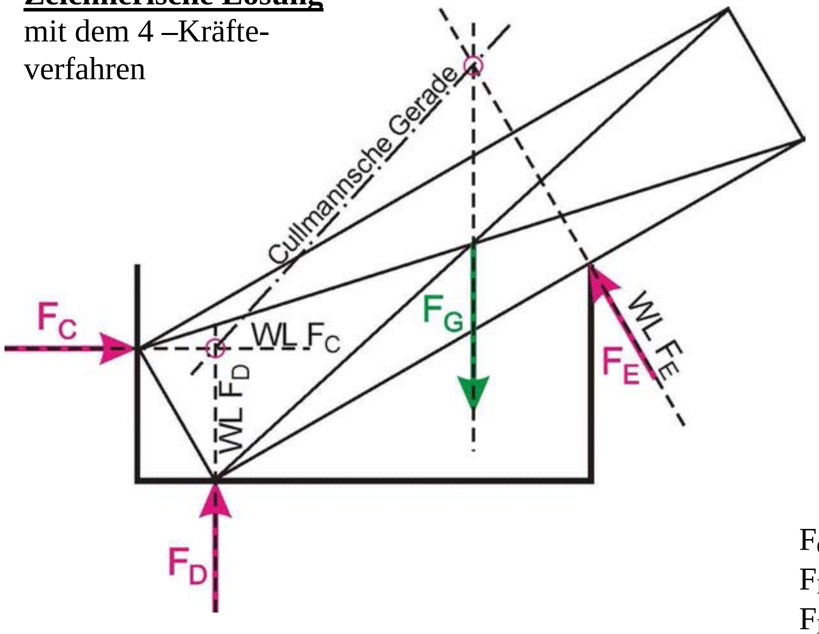
1.7 Freimachskizze

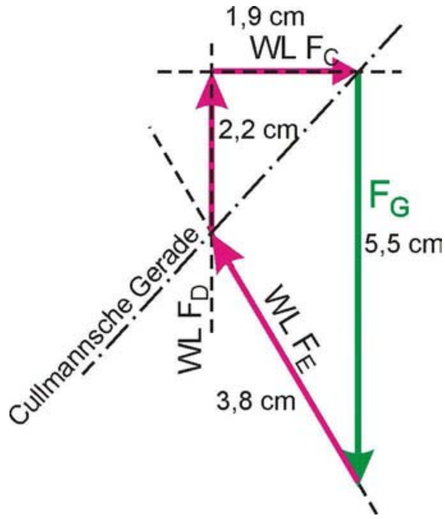


Lageplan $M_L = 200$ mm/cm

Kräfteplan: $M_K = 200$ N/cm

Zeichnerische Lösung
mit dem 4 –Kräfte-verfahren



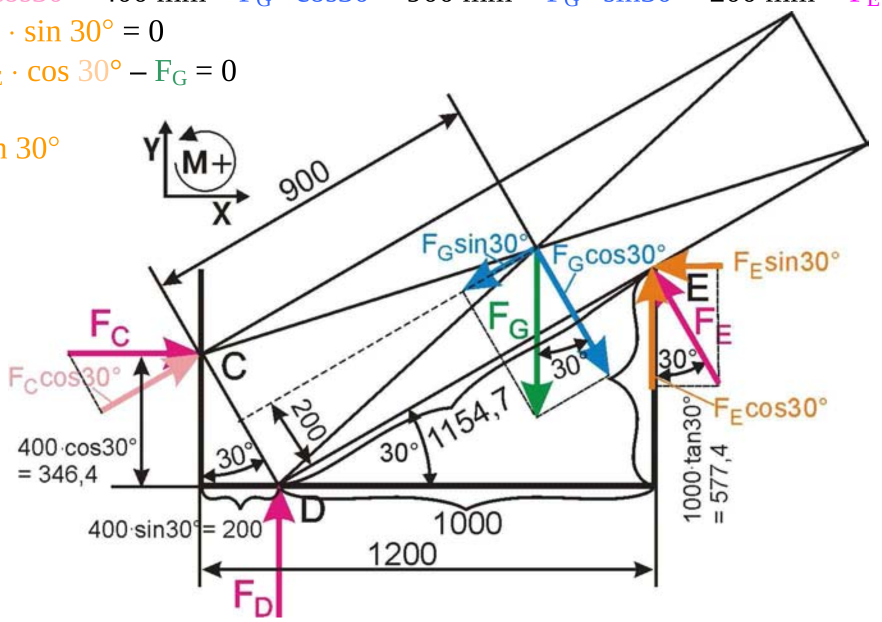


$F_C = 1,9 \text{ cm} \cdot 200 \text{ N/cm} = \underline{\underline{380 \text{ N}}}$
$F_D = 2,2 \text{ cm} \cdot 200 \text{ N/cm} = \underline{\underline{440 \text{ N}}}$
$F_E = 3,8 \text{ cm} \cdot 200 \text{ N/cm} = \underline{\underline{760 \text{ N}}}$

Rechnerische Lösung:

$\Sigma M_{(D)} = 0$: $- F_C \cdot \cos 30° \cdot 400 \text{ mm} - F_G \cdot \cos 30° \cdot 900 \text{ mm} + F_G \cdot \sin 30° \cdot 200 \text{ mm} + F_E \cdot 1154,7 \text{ mm} = 0$ (1)
$\Sigma F_{AXi} = 0$: $F_C - F_E \cdot \sin 30° = 0$ (2)
$\Sigma F_{AYi} = 0$: $F_D + F_E \cdot \cos 30° - F_G = 0$ (3)

(2) → $F_C = F_E \cdot \sin 30°$ (4)



(4) in (1) →
$- F_E \cdot \sin 30° \cdot \cos 30° \cdot 400 \text{ mm} + F_G \cdot \sin 30° \cdot 200 \text{ mm} - F_G \cdot \cos 30° \cdot 900 \text{ mm} + F_E \cdot 1154,7 \text{ mm} = 0$
<u>F_E ausklammern:</u>
$F_E \cdot (1154,7 \text{ mm} - \sin 30° \cdot \cos 30° \cdot 400 \text{ mm}) = F_G \cdot (\cos 30° \cdot 900 \text{ mm} - \sin 30° \cdot 200 \text{ mm})$

$$\rightarrow F_E = \frac{F_G \cdot (\cos 30° \cdot 900\text{mm} - \sin 30° \cdot 200\text{mm})}{1154,7\text{mm} - \sin 30° \cdot \cos 30° \cdot 400\text{mm}} = \underline{\underline{\mathbf{761,5\ N}}} \quad (5)$$

(5) in (2) → $\mathbf{F_C} = F_E \cdot \sin 30° = 761,5 \text{ N} \cdot \sin 30° = \underline{\underline{\mathbf{380,8\ N}}}$ (6)
(6) in (3) → $\mathbf{F_D} = F_G - F_E \cdot \cos 30° = 1100 \text{ N} - 761,5 \text{ N} \cdot \cos 30° = \underline{\underline{\mathbf{440,5\ N}}}$